

Mecánica Newtoniana. Examen: 23/12/2022

Ejercicio 1.

Una masa puntual m se mueve enhebrada en un guía circular lisa (**vínculo bilateral**) de radio R . La guía rota según un eje \hat{k} perpendicular al plano que contiene a la guía. Un resorte de constante elástica k y longitud natural nula une a la partícula con el eje de giro (ver figura 1). La velocidad angular es $\vec{\omega} = \omega \hat{k}$ con $\omega > 0$ constante. Se sabe que $\frac{k}{m} \neq \omega^2$. En el sistema **no actúa el peso**.

- Escriba la ecuación de movimiento relativo de la masa m en función de la coordenada θ .
- Determine las posiciones de equilibrio relativo y estudie su estabilidad, según los posibles valores de ω .
- Si ahora se sabe que $\frac{k}{m} < \omega^2$ y en el instante inicial $\theta(0) = 0$ y $\dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_0$ ($\dot{\theta}_0 > 0$), determine la condición que debe cumplir $\dot{\theta}_0$ para que la partícula no llegue a $\theta = \frac{\pi}{2}$.

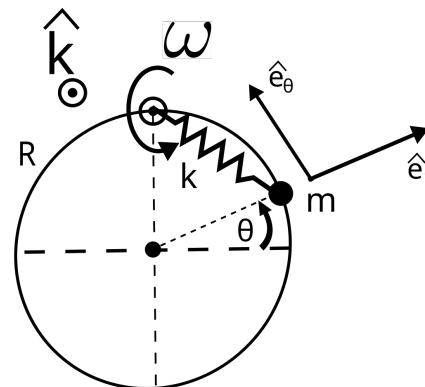


Figura 1:

Ejercicio 2.

Una placa rectangular de masa m está apoyada sobre un plano horizontal rugoso de coeficiente de rozamiento estático μ . La placa tiene altura $4a$ y ancho $2a$. Una barra homogénea de igual masa m y longitud $2L$ se mueve bajo la acción del peso girando libremente en torno a uno de sus extremos gracias a una articulación cilíndrica lisa solidaria al bloque y ubicada en el punto medio de su borde superior como muestra la figura 2. Sea θ el ángulo entre la barra y la vertical. Inicialmente la barra se suelta desde el reposo con $\theta = \frac{\pi}{2}$.

Suponiendo que la placa se mantiene estática apoyada sobre el plano:

- Determine la ecuación de movimiento para la barra.
- Escriba las fuerzas reactivas que están aplicadas sobre la barra en el punto de unión con la placa en función de θ y los otros parámetros del sistema.

Ahora estudiaremos el sistema total durante el movimiento de la barra en el rango $\theta \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$:

- Suponiendo que la placa no desliza, encuentre la condición algebraica sobre la coordenada θ para que la placa no vuelque.
- Suponiendo que la placa no vuelca, encuentre la condición algebraica sobre la coordenada θ para que la placa no deslice.

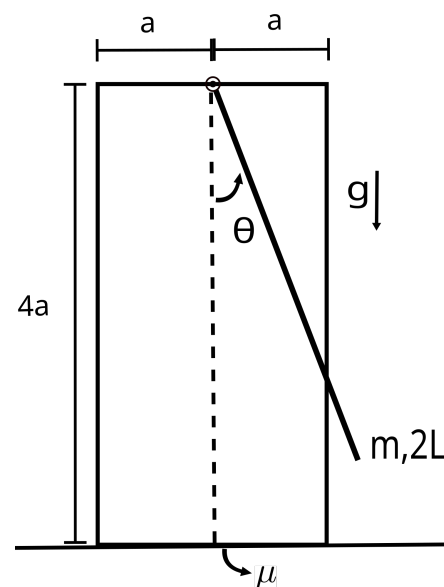


Figura 2:

Ejercicio 3.

Una placa rectangular homogénea de aristas de longitud $2a$ y $4a$, y masa m está **rígidamente unida** por uno de sus vértices O a un eje vertical sin masa solidario a un sistema inercial. La arista OA tiene longitud $2a$ y se encuentra en un plano horizontal definido por los versores \hat{I} y \hat{J} . Además, el plano de la placa forma un ángulo α con el eje \hat{k} como muestra la figura 3. El conjunto gira con velocidad angular $\vec{\omega} = \omega\hat{k}$, ω constante.

- a) Escriba el momento angular de la placa respecto al punto O , \vec{L}_O .
- b) Determine los momentos reactivos sobre la placa en el punto O .

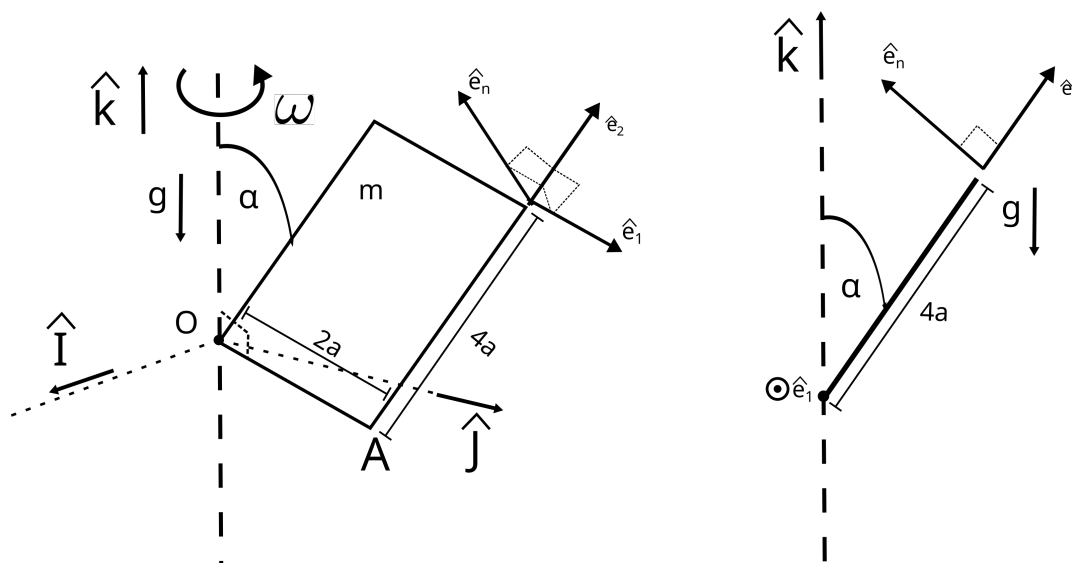


Figura 3:

Nota: El tensor de inercia de la placa rectangular desde el centro de masa en la base $\{\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_n\}$ es:

$$\mathcal{I}_G = \frac{m}{12} \begin{pmatrix} h^2 & 0 & 0 \\ 0 & b^2 & 0 \\ 0 & 0 & b^2 + h^2 \end{pmatrix}$$

