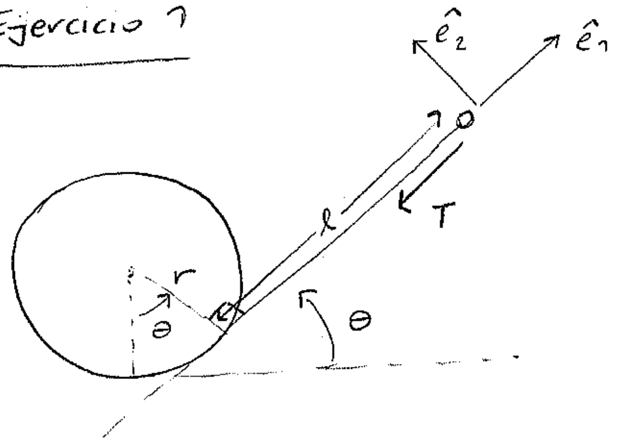
Ejercicio 1



a) $\vec{r} = -r\hat{e}_2 + l\hat{e}_1$; $l = b - r\theta$

$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = -r\dot{\hat{e}}_2 + \dot{l}\hat{e}_1 + l\dot{\hat{e}}_1 = \cancel{-r(-\dot{\theta}\hat{e}_1)} \cancel{-r\dot{\theta}\hat{e}_1} + l\dot{\theta}\hat{e}_2$

$$\boxed{\vec{v} = (b - r\theta)\dot{\theta}\hat{e}_2}$$

b) $\vec{T} = -T\hat{e}_1 \Rightarrow \vec{T}\cdot\vec{v} = 0$; la energía de la partícula se conserva

$\Rightarrow |\vec{v}| = cte. = u$

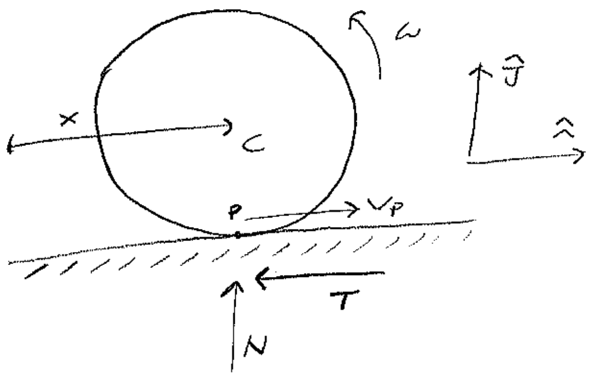
c) $(b - r\theta)\dot{\theta} = u$

$\leftrightarrow (b - r\theta)d\theta = u\,dt$

$\Rightarrow \int_0^{b/r}(b - r\theta)d\theta = \int_0^{t_f} u\,dt = u t_f$; $t_f = \frac{1}{u}\int_0^{b/r}(b - r\theta)d\theta$

$$t_f = \frac{1}{u}\left(b\theta - \frac{1}{2}r\theta^2\right)\Big|_0^{b/r} = \boxed{\frac{1}{u}\,\frac{b^2}{2r}}$$

Ejercicio 2)



a) 1era Cardinal: $\hat{\imath}$) $m\ddot{x} = -T$

$\hat{j}$) $0 = N - mg$

$T = f_0 N$: $m\ddot{x} = -f_0 mg$

$$\boxed{\ddot{x} = -f_0 g}$$

2da Cardinal desde C:

$I_C \dot{\omega} = -RT = -R f_0 mg$; $I_C = \frac{1}{2} mR^2$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{\omega} = -2 f_0 g / R}$$

b) Cuando deja de deslizar: $\vec{v_P} = 0$

$\vec{v_P} = v_P \hat{\imath} = (\dot{x} + \omega R)\hat{\imath}$

Integramos en el tiempo las ecuaciones de movimiento : $\dot{x} = v_0 - f_0 g t$

$\omega = \omega_0 - 2 f_0 g/_R\, t$

$\Rightarrow v_P(t) = v_0 + \omega_0 R - 3 f_0 g t$

$v_P(t^*) = 0$: $v_0 + \omega_0 R - 3 f_0 g t^* = 0$: $\boxed{t^* = \frac{v_0 + \omega_0 R}{3 f_0 g}}$

$$\boxed{\dot{x}(t^*) = v_0 - \frac{1}{3}(v_0 + \omega_0 R)}$$

c) $E(t=0) = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{mR^2}{2}\right)\omega_0^2$

$E(t^*) = \frac{1}{2} m \dot{x}^2(t^*) + \frac{1}{2}\left(\frac{mR^2}{2}\right)\omega^2(t^*)$

$W_T = E(t^*) - E(0) =$

$$\frac{1}{2} m \left[v_0 - \frac{1}{3}(v_0 + \omega_0 R)\right]^2 + \frac{1}{4} m \left[\omega_0 R - \frac{2}{3}(v_0 + \omega_0 R)\right]^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{1}{4} m (\omega_0 R)^2$$

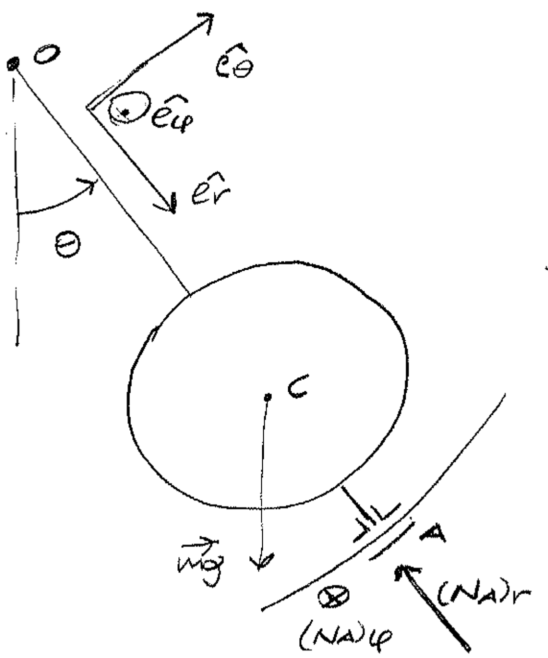
$$\boxed{W_T = -\frac{1}{6} m (v_0 + \omega_0 R)^2}$$

d) Después de dejar de deslizar, $T = 0$ y el disco se mueve con $\vec{v_C}$ constante; si hay inversión de la velocidad es previa a t^*, por lo que $\dot{x}(t^*) < 0$: $\boxed{v_0 < \frac{\omega_0 R}{2}}$

La inversión se da en un tiempo t_{inv} :

$\dot{x}(t_{inv}) = 0$: $v_0 - f_0 g t_{inv} = 0$: $\boxed{t_{inv} = \frac{v_0}{f_0 g}}$

Ejercicio 3)



a) $\vec{\omega} = \dot{\theta}\hat{e_\varphi} + \dot{\varphi}\hat{e_r}$

$\vec{L_O} = \mathbb{I}_O \vec{\omega}$

$$\mathbb{I}_O\{\hat{e_r}, \hat{e_\varphi}, \hat{e_\theta}\} = \begin{pmatrix} I_C & 0 & 0 \\ 0 & I_C + m\ell^2 & 0 \\ 0 & 0 & I_C + m\ell^2 \end{pmatrix}$$

$I_C = \frac{2}{5} m R^2$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{L_O} = \left(\frac{2}{5} m R^2 + m\ell^2\right)\dot{\theta}\hat{e_\varphi} + \frac{2}{5} m R^2 \dot{\varphi}\hat{e_r}}$$

b) $\dot{\vec{L_O}} = \vec{M}_O^{(ext)}$; como la reacción en A no tiene componente en $\hat{e_\theta}$:
$\vec{M}_O^{(N_A)} \cdot \hat{e_r} = 0$, $\vec{M}_O^{(N_A)} \cdot \hat{e_\varphi} = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{\vec{L_O}} \cdot \hat{e_r} = 0 \\ \dot{\vec{L_O}} \cdot \hat{e_\varphi} = -mg\ell \operatorname{sen}\theta \end{cases}$$

$$\dot{\vec{L_O}} = \left(\frac{2}{5} m R^2 + m\ell^2\right)\ddot{\theta}\hat{e_\varphi} + \frac{2}{5} m R^2 \ddot{\varphi}\hat{e_r} + \frac{2}{5} m R^2 \dot{\varphi}\dot{\theta}\hat{e_\theta}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} \ddot{\varphi} = 0 \\ \left(\frac{2}{5} m R^2 + m\ell^2\right)\ddot{\theta} = -mg\ell \operatorname{sen}\theta \end{array}}$$

c) preintegrando la segunda ecuación de movimiento:

$$\left(\frac{2}{5} m R^2 + m\ell^2\right) \frac{1}{2}\left(\dot{\theta}^2 - \dot{\theta}_0^2\right) = mg\ell(\cos\theta - 1) \quad :$$

$$\dot{\theta}^2 = \dot{\theta}_0^2 + \frac{2mg\ell}{\left(\frac{2}{5} m R^2 + m\ell^2\right)}(\cos\theta - 1)$$

Para que A de una vuelta completa : $\dot{\theta}^2 > 0 \quad \forall \theta \in [0, 2\pi)$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{\theta}_0^2 > \frac{4g\ell}{\frac{2}{5} R^2 + \ell^2}}$$