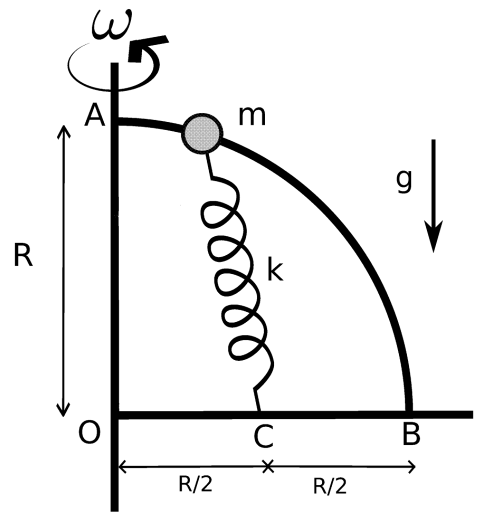
Mecánica Newtoniana

examen, 16 de febrero de 2024

- Duración de la prueba: ***4 horas***.
- Prueba ***individual y sin material.***
- Justifique claramente todas sus respuestas.
- Mínimo para suficiencia: ***un ejercicio completo y la mitad del global de la prueba.***

Ejercicio 1 Una partícula de masa m se mueve engarzada a una guía lisa de radio R en forma de cuarto de circunferencia. La guía gira con velocidad angular ω constante en torno a su radio vertical OA. A su vez, la partícula está sujeta mediante un resorte de constante elástica k y longitud natural nula al punto medio C del radio horizontal AB de la guía. Inicialmente la partícula se encuentra en reposo en el punto A.



a. Halle la ecuación de movimiento para la partícula.

b. Encuentre la velocidad absoluta con que la partícula alcanza el punto B.

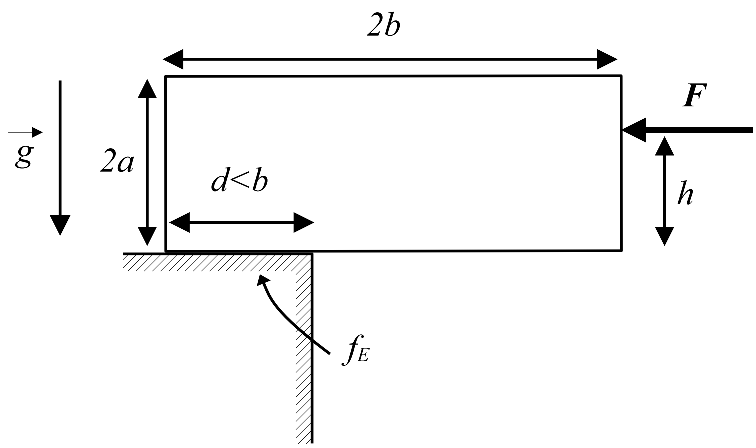
c. Determine el trabajo realizado por la reacción normal de la guía sobre la partícula mientras esta pasa de A a B.

Ejercicio 2 Una placa rectangular y homogénea, de masa m y lados $2a$ y $2b$ parte del reposo con un tramo d ($d < b$) apoyado sobre una mesa tal como se muestra en la figura (a). El contacto entre la placa y la mesa es rugoso y de coeficiente de fricción estática f_E. Una fuerza horizontal de módulo F se aplica sobre la placa a altura h de su base.

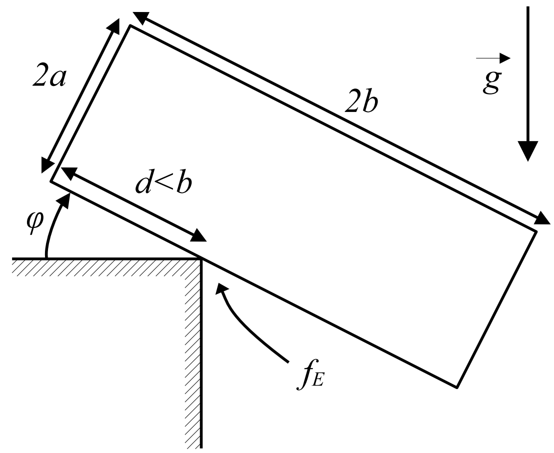
a. Determine en términos de los parámetros del problema los valores mínimo y máximo para F que permiten que la placa se mantenga en equilibrio.

b. Si ahora se deja de aplicar la fuerza (figura (b)), la placa sale del reposo. Determine la ecuación de movimiento que satisface la coordenada φ mientras la placa no se deslice con respecto al borde de la mesa.

c. Encuentre el mínimo valor de f_E que garantiza que la placa no se deslice en un entorno del instante inicial.



(a)



(b)

Ejercicio 3 Una barra homogénea de masa M y largo l está sujeta de uno de sus extremos mediante una articulación esférica lisa de centro O fijo. Se utilizan los ángulos usuales de coordenadas esféricas: θ, φ para ubicar a la barra en el espacio (ver figura). Las condiciones iniciales del problema son: $\theta(0) = \pi/2$, $\dot{\theta}(0) = 0$, $\dot{\varphi}(0) = \omega$.

a. Pruebe que la energía, así como la componente vertical del momento angular, son cantidades conservadas en el movimiento de la barra.

b. Muestre que la coordenada θ verifica una ecuación diferencial de la forma: $\dot{\theta}^2 = f(\theta)$.

c. Halle la ecuación algebraica que verifica θ_{max}, máximo ángulo θ que alcanza la barra en su movimiento.