

## Mecánica Newtoniana

### Examen, 22 de febrero de 2021

- Duración de la prueba: **3 horas**.
- Mínimo para suficiencia: **un ejercicio completo y la mitad del global de la prueba**.
- *Datos*:
  - Momento de inercia de una barra homogénea, de masa  $M$  y largo  $L$  alrededor de un eje perpendicular a la misma pasando por su centro :  $I = \frac{ML^2}{12}$
  - Momento de inercia de un disco (homogéneo, de masa  $m$  y radio  $r$ ) alrededor de un eje perpendicular a su plano y pasando por su centro:  $I = \frac{1}{2}mr^2$ .

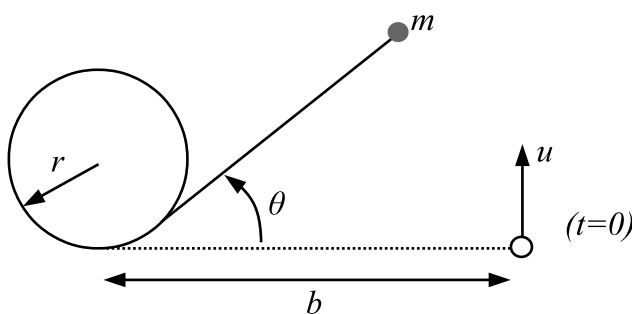
**Ejercicio 1** Considere una partícula de masa  $m$  que se mueve sobre un plano horizontal liso y está a su vez sujeta a un extremo de un hilo flexible, inextensible y de masa despreciable. El hilo se enrolla sobre un disco fijo de radio  $r$  que se encuentra contenido en el mismo plano. Inicialmente el tramo de hilo desenrollado tiene largo  $b$  y la velocidad de la partícula es perpendicular al hilo y de módulo  $u$ , tal como se indica en la figura. Sea  $\theta$  el ángulo que forma el hilo con respecto a su dirección inicial.

- a. Halle la velocidad de la partícula.
- b. Halle la ecuación de movimiento que satisface  $\theta$  y muestre que la misma corresponde a que el módulo de la velocidad de la partícula es constante en el tiempo, lo cual a su vez se puede expresar como:

$$f(\theta)\dot{\theta} = u,$$

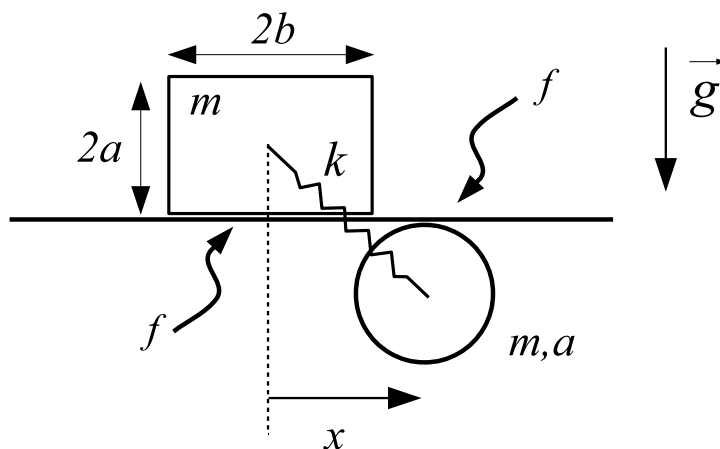
siendo  $f(\theta)$  una función del ángulo  $\theta$  a determinar.

- c. A partir de la expresión anterior encuentre:
  - I. La tensión del tramo desenrollado de hilo en función del ángulo  $\theta$ .
  - II. El tiempo que le lleva a la partícula alcanzar la superficie del disco.



**Ejercicio 2** Dos rígidos coplanarios están apoyados en las caras opuestas de un piso horizontal de espesor despreciable: un disco homogéneo de masa  $m$  y radio  $a$  que rueda sin deslizar en contacto con el lado inferior y una placa homogénea de ancho  $2b$ , altura  $2a$  y masa  $m$  que permanece apoyada sobre el lado superior del piso. El coeficiente de fricción estática entre cada rígido y el piso es  $f$ . Un resorte de constante elástica  $k$  y longitud natural nula une el centro de la placa con el centro del disco. Inicialmente los rígidos están en reposo y el centro del disco está apartado  $x = A$  de su posición de equilibrio.

- a. Suponiendo que la placa permanece en reposo, halle:
  - I. la ecuación de movimiento y la ley horaria que satisface la coordenada  $x$ .
  - II. las condiciones que deben verificar los parámetros del problema para que el disco se mueva permaneciendo en contacto con el piso y sin deslizar con respecto al mismo.
- b. Asumiendo que se cumple lo hallado anteriormente, determine qué otras condiciones deben verificar los parámetros del problema para que la placa permanezca en reposo durante el movimiento del disco.



**Ejercicio 3** Una barra homogénea, de masa  $M$  y largo  $2L$  está sujeta por su extremo  $A$  a una articulación cilíndrica de eje horizontal alrededor de la cual puede girar libremente. La barra se mantiene en un plano vertical que gira con velocidad angular constante  $\omega$  alrededor de un eje vertical que pasa por  $A$ .

- a. Halle la ecuación de movimiento de la barra.
- b. Determine la condición que debe cumplir  $\omega$  para que exista alguna configuración de equilibrio relativo con la barra fuera de la vertical.

