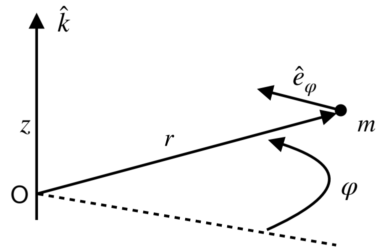
MECÁNICA NEWTONIANA

Examen - 27 de julio de 2022

Ejercicio 1. - Una partícula de masa m se mueve sometida a una única fuerza $\overrightarrow{F}$ que verifica $\overrightarrow{F} = b\hat{k} \times \overrightarrow{v}$, donde $\overrightarrow{v}$ es la velocidad de la partícula, b una constante que caracteriza a la fuerza, $\hat{k}$ un versor fijo y la operación $\times$ es un producto vectorial.
Para describir el movimiento de la partícula utilizaremos coordenadas cilíndricas r, φ, z, orientando el eje de la coordenada z a lo largo del versor $\hat{k}$. Consideraremos que la partícula parte desde una posición ubicada a una distancia r_o del origen O del sistema de coordenadas, con una velocidad de modulo v_o a lo largo de $\hat{e}_\varphi$, versor perpendicular a $\hat{k}$ y al vector posición $\overrightarrow{r}$.



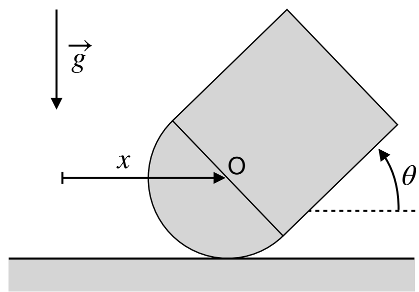
a) Demuestre que la magnitud $r^2(\dot{\varphi} - \dfrac{b}{2m})$ es una constante de movimiento para la partícula.

b) Determine la ecuación de movimiento para la variable r.

c) ¿Qué relación deben cumplir los parámetros r_o y v_o para que la partícula no se aleje más que una distancia r_m del punto O?

Ejercicio 2. - El cuerpo rígido de la figura está compuesto por un semi-disco homogéneo de radio R y masa M_d, y una placa cuadrada homogénea de lado $2R$ y masa M_p. El cuerpo se apoya sobre una superficie horizontal lisa. Se utilizarán las coordenadas x, θ para describir el movimiento de este cuerpo, siendo x la distancia horizontal del centro O del semi-disco a un punto de referencia, y θ el ángulo de rotación mostrado en la figura. El cuerpo se encuentra inicialmente en reposo y en la posición con $\theta = 0$.

<u>Dato</u>: el centro de masa de un semi-disco homogéneo está a una distancia $l = \dfrac{4R}{3\pi}$ de su centro. Se recuerda que el momento de inercia de una placa cuadrada de lado L y masa m, respecto de un eje perpendicular a su plano por el punto de cruce de las diagonales, vale $m\,L^2/6$.

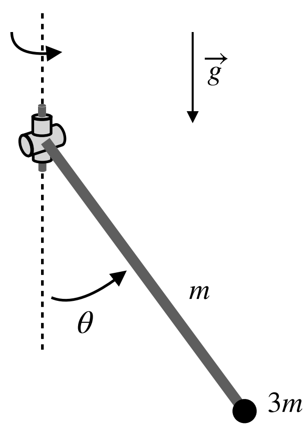


a) Determine la condición que debe verificar la relación M_d/M_p para que el cuerpo permanezca en reposo en la posición angular $\theta = 0$.

b) Suponiendo ahora que $3M_p = M_d$, calcule las ecuaciones de movimiento del cuerpo rígido. *<u>Sugerencia</u>: exprese las ecuaciones en función de la distancia d del centro de masa del rígido compuesto al punto O.*

c) Determine el valor de la velocidad angular del rígido para la posición angular $\theta = \pi/2$.

Ejercicio 3. - Un rígido está compuesto por un barra de largo L y masa m que tiene incrustada en un extremo una masa puntual de valor $3m$. El otro externo está unido a dos articulaciones cilíndricas ortogonales, una vertical y otra horizontal. La articulación cilíndrica vertical es lisa, y la horizontal es viscosa. Esta última impone una momento de fuerzas de rozamiento $\overrightarrow{\mu_h}$ que se opone al giro de modo $\overrightarrow{\mu_h} = -\beta\,\overrightarrow{\omega_a}$, siendo β una constante y $\overrightarrow{\omega_a}$ la velocidad angular de rotación de dicha articulación.



a) Calcule la cantidad de movimiento angular del rígido.

b) Determine las ecuaciones de movimiento del rígido.

c) Muestre que la masa puntual puede moverse siguiendo un movimiento circular. Halle el radio de dicho movimiento circular.

***Nota**: aunque es obvio, se recuerda que todas sus respuestas deben está debidamente justificadas.*