Enunciado

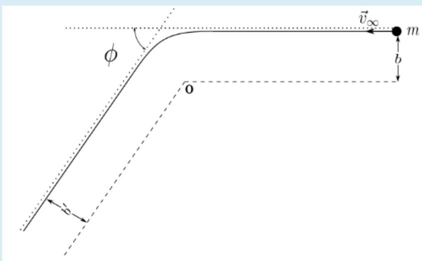
Una partícula de masa m bajo la acción de una fuerza central de centro de fuerzas O, describe una trayectoria dada por: $r = a(1+\cos\theta)$. Siendo r y θ las coordenadas usuales. Inicialmente $\theta = 0$ y el módulo de la velocidad de la partícula es v_0.

Primera parte:

La fuerza central $\vec{F} = F\hat{e}_r$ que actúa sobre la partícula y el tiempo t^* que le lleva a la partícula alcanzar el centro de fuerzas son:

- NS/NC.
- $F = -\dfrac{k}{r^3}$ con $k = 4ma^2v_0^2$ y $t^* = \dfrac{4a\pi}{3v_0}$
- $F = -\dfrac{k}{r^4}$ con $k = 12ma^3v_0^2$ y $t^* = \dfrac{3a\pi}{4v_0}$
- $F = -\dfrac{k}{r^4}$ con $k = 12ma^3v_0^2$ y $t^* = \dfrac{3a\pi}{v_0}$
- $F = -\dfrac{k}{r^2}$ con $k = 6ma^3v_0^2$ y $t^* = \dfrac{a\pi}{2v_0}$
- $F = -\dfrac{k}{r^2}$ con $k = 6ma^3v_0^2$ y $t^* = \dfrac{3a\pi}{2v_0}$

Segunda parte:



Sometida a la fuerza de constante k hallada anteriormente, la partícula parte ahora desde el infinito con velocidad de módulo v_∞. La recta que contiene a la velocidad inicial dista b del centro de fuerzas O (ver figura).

La condición que debe satisfacer v_∞ para que la partícula no alcance el centro de fuerzas y la desviación ϕ resultante son:

- $v_\infty \geq \sqrt{\dfrac{k}{mb^2}}$ y $\phi = \sqrt{2m}bv_\infty \displaystyle\int_{r_{min}}^{\infty} \frac{dr}{r^2\sqrt{\frac{1}{2}mv_\infty^2 - \frac{mb^2v_\infty^2}{2r^2} + \frac{k}{2r^2}}} - \pi$

  siendo $r_{min} = \sqrt{\dfrac{k}{mv_\infty^2} - b^2}$

- $v_\infty \geq \sqrt[4]{\dfrac{3k^2}{m^2b^6}}$ y $\phi = \sqrt{2m}bv_\infty \displaystyle\int_{r_{min}}^{\infty} \frac{dr}{r^2\sqrt{\frac{1}{2}mv_\infty^2 - \frac{mb^2v_\infty^2}{2r^2} + \frac{k}{3r^3}}}$

  siendo r_{min} la raíz positiva más chica de la siguiente ecuación polinómica: $\dfrac{1}{2}mv_\infty^2r^3 - \dfrac{mb^2v_\infty^2}{2}r + \dfrac{k}{3} = 0$

- $v_\infty \geq \sqrt{\dfrac{2k}{mb}}$ y $\phi = \sqrt{2m}bv_\infty \displaystyle\int_{r_{min}}^{\infty} \frac{dr}{r^2\sqrt{\frac{1}{2}mv_\infty^2 - \frac{mb^2v_\infty^2}{2r} + \frac{k}{r}}}$

  siendo $r_{min} = \dfrac{mb^2v_\infty^2}{2k}$

- $v_\infty \geq \sqrt{\dfrac{2k}{mb}}$ y $\phi = \sqrt{2m}bv_\infty \displaystyle\int_{r_{min}}^{\infty} \frac{dr}{r^2\sqrt{\frac{1}{2}mv_\infty^2 + \frac{mb^2v_\infty^2}{2r} - \frac{k}{r}}} - \pi$

  siendo $r_{min} = \dfrac{mb^2v_\infty^2}{k}$

- NS/NC.

- $v_\infty \geq \sqrt[4]{\dfrac{3k^2}{m^2b^6}}$ y $\phi = \sqrt{2m}bv_\infty \displaystyle\int_{r_{min}}^{\infty} \frac{dr}{r^2\sqrt{\frac{1}{2}mv_\infty^2 - \frac{mb^2v_\infty^2}{2r^2} + \frac{k}{3r^3}}} - \pi$

  siendo r_{min} la raíz más grande de la siguiente ecuación polinómica: $\dfrac{1}{2}mv_\infty^2r^3 - \dfrac{mb^2v_\infty^2}{2}r + \dfrac{k}{3} = 0$

Pregunta 1 versión 2

Enunciado

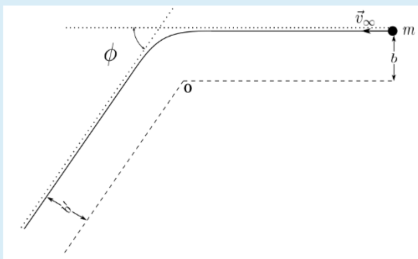
Una partícula de masa m bajo la acción de una fuerza central de centro de fuerzas O, describe una trayectoria dada por: $r = a(1+\cos\theta)$. Siendo r y θ las coordenadas polares usuales. Inicialmente $\theta = 0$ y el módulo de la velocidad de la partícula es v_0.

Primera parte:

Determine: (i) la fuerza central $\vec{F} = F\hat{e}_r$ y la relación de los parámetros con la constante de la fuerza para que la partícula pueda describir la trayectoria especificada (ii) cuál debería ser la velocidad inicial $\hat{v}_0$ para que la partícula describa una trayectoria circular de centro O y el período T de ese movimiento circular.

- (•) (i)$F = -\dfrac{k}{r^4}$ con $k = 12ma^3v_0^2$ (ii) $\hat{v}_0{}^2 = \dfrac{k}{8ma^3}$ y $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{32ma^5}{k}}$
- ( ) (i)$F = -\dfrac{k}{r^4}$ con $k = 12ma^3v_0^2$ (ii) $\hat{v}_0{}^2 = \dfrac{k}{ma^3}$ y $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{ma^5}{k}}$
- ( ) NS/NC.
- ( ) (i) $F = -\dfrac{k}{r^2}$ con $k = 6ma^3v_0^2$ (ii) $\hat{v}_0{}^2 = \dfrac{k}{2ma}$ y $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{8ma^3}{k}}$
- ( ) (i) $F = -\dfrac{k}{r^2}$ con $k = 6ma^3v_0^2$ (ii) $\hat{v}_0{}^2 = \dfrac{k}{4ma^3}$ y $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{16ma^4}{k}}$
- ( ) (i) $F = -\dfrac{k}{r^3}$ con $k = 4ma^2v_0^2$ (ii) $\hat{v}_0{}^2 = \dfrac{k}{ma}$ y $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{ma^3}{k}}$

Segunda parte:



Sometida a la fuerza de constante k hallada anteriormente, la partícula parte ahora desde el infinito con velocidad de módulo v_∞. La recta que contiene a la velocidad inicial dista b del centro de fuerzas O (ver figura).

La condición que debe satisfacer v_∞ para que la partícula no alcance el centro de fuerzas y la desviación ϕ resultante son:

- ( ) $v_\infty \geq \sqrt{\dfrac{k}{mb^2}}$ y $\phi = \sqrt{2m}bv_\infty \displaystyle\int_{r_{min}}^{\infty} \frac{dr}{r^2\sqrt{\frac{1}{2}mv_\infty^2 - \frac{mb^2v_\infty^2}{2r^2} + \frac{k}{2r^2}}} - \pi$

  siendo $r_{min} = \sqrt{\dfrac{k}{mv_\infty^2} - b^2}$

- ( ) $v_\infty \geq \sqrt[4]{\dfrac{3k^2}{m^2b^6}}$ y $\phi = \sqrt{2m}bv_\infty \displaystyle\int_{r_{min}}^{\infty} \frac{dr}{r^2\sqrt{\frac{1}{2}mv_\infty^2 - \frac{mb^2v_\infty^2}{2r^2} + \frac{k}{3r^3}}}$

  siendo r_{min} la raíz positiva más chica de la siguiente ecuación polinómica: $\dfrac{1}{2}mv_\infty^2r^3 - \dfrac{mb^2v_\infty^2}{2}r + \dfrac{k}{3} = 0$

- (•) $v_\infty \geq \sqrt[4]{\dfrac{3k^2}{m^2b^6}}$ y $\phi = \sqrt{2m}bv_\infty \displaystyle\int_{r_{min}}^{\infty} \frac{dr}{r^2\sqrt{\frac{1}{2}mv_\infty^2 - \frac{mb^2v_\infty^2}{2r^2} + \frac{k}{3r^3}}} - \pi$

  siendo r_{min} la raíz más grande de la siguiente ecuación polinómica: $\dfrac{1}{2}mv_\infty^2r^3 - \dfrac{mb^2v_\infty^2}{2}r + \dfrac{k}{3} = 0$

- ( ) $v_\infty \geq \sqrt{\dfrac{2k}{mb}}$ y $\phi = \sqrt{2m}bv_\infty \displaystyle\int_{r_{min}}^{\infty} \frac{dr}{r^2\sqrt{\frac{1}{2}mv_\infty^2 - \frac{mb^2v_\infty^2}{2r} + \frac{k}{r}}}$

  siendo $r_{min} = \dfrac{mb^2v_\infty^2}{2k}$

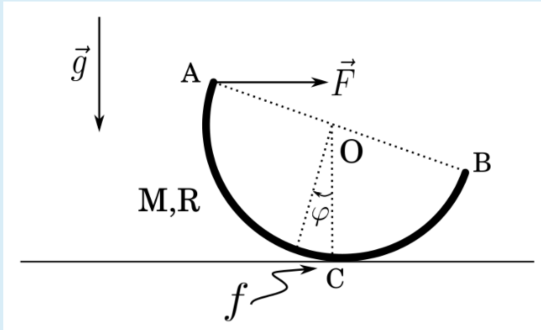
- ( ) NS/NC.

- ( ) $v_\infty \geq \sqrt{\dfrac{2k}{mb}}$ y $\phi = \sqrt{2m}bv_\infty \displaystyle\int_{r_{min}}^{\infty} \frac{dr}{r^2\sqrt{\frac{1}{2}mv_\infty^2 + \frac{mb^2v_\infty^2}{2r} - \frac{k}{r}}} - \pi$

  siendo $r_{min} = \dfrac{mb^2v_\infty^2}{k}$

Pregunta 2 versión 1

Enunciado



Un semiaro homogéneo de masa M y radio R, contenido en un plano vertical, está apoyado sobre un piso horizontal. El contacto entre el semiaro y el piso es rugoso con coeficiente de rozamiento estático y dinámico f. Además del peso actúa una fuerza F constante y horizontal que se aplica en el extremo A del semiaro, según indica la figura. Inicialmente el semiaro se encuentra en reposo con su centro de masa en su posición inferior.

Primera parte:

La condición que debe verificar f para garantizar que el semiaro ruede sin deslizar en un entorno del instante inicial y la ecuación de movimiento mientras éste rueda sin deslizar son:

○ $f \geq \dfrac{F}{2Mg}$

$$\ddot{\varphi}\left(1-\frac{2\cos\varphi}{\pi}+\frac{2}{\pi^2}\right)+\dot{\varphi}^2\frac{\sin\varphi}{\pi}\left(1-\frac{2\cos\varphi}{\pi}\right)=\frac{F}{2MR}(1+\sin\varphi)-\frac{g}{\pi R}\sin\varphi$$

○ $f \geq \dfrac{F}{Mg}\left(\dfrac{\pi^2-2\pi+4}{2\pi(\pi-2)}\right)$

$$\ddot{\varphi}\left(1-\frac{2\cos\varphi}{\pi}+\frac{2(1+\cos^2\varphi)}{\pi^2}\right)+\dot{\varphi}^2\frac{\sin\varphi}{\pi}\left(1-\frac{2\cos\varphi}{\pi}\right)=\frac{F}{2MR}(1+\sin\varphi)$$

○ NS/NC.

○ $f \geq \dfrac{F}{Mg}\left(\dfrac{\pi^2-2\pi+4}{2\pi(\pi-2)}\right)$

$$\ddot{\varphi}\left(1-\frac{2\cos\varphi}{\pi}\right)+\dot{\varphi}^2\frac{\sin\varphi}{\pi}=\frac{F}{2MR}(1+\sin\varphi)-\frac{g}{\pi R}\sin\varphi$$

◉ $f \geq \dfrac{F}{2Mg}$

$$\ddot{\varphi}\left(1-\frac{2\cos\varphi}{\pi}\right)+\dot{\varphi}^2\frac{\sin\varphi}{\pi}=\frac{F}{2MR}(1+\sin\varphi)-\frac{g}{\pi R}\sin\varphi$$

○ $f \geq \dfrac{F}{Mg}\left(\dfrac{\pi^2-2\pi+4}{2\pi(\pi-2)}\right)$

$$\ddot{\varphi}\left(1-\frac{2\cos\varphi}{\pi}+\frac{2}{\pi^2}\right)+\dot{\varphi}^2\frac{\sin\varphi}{\pi}=\frac{F}{2MR}(1+\sin\varphi)-\frac{g}{\pi R}\sin\varphi$$

Segunda parte:

Si no se verifica esa condición, encuentre la aceleración angular del semiaro en el instante inicial.

◉ $\ddot{\varphi}=\dfrac{fMg(\pi-2)+2F}{MR(\pi^2-4)}\pi$

○ $\ddot{\varphi}=\dfrac{fg}{R}$

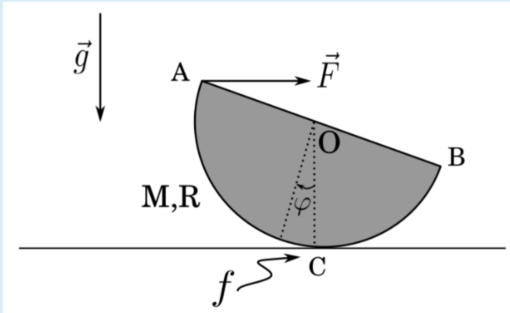
○ $\ddot{\varphi}=\dfrac{fMg(\pi-2)+2F}{\pi MR}$

○ $\ddot{\varphi}=\dfrac{fMg(\pi-2)+2F}{\pi MR}$

○ $\ddot{\varphi}=\dfrac{fMg\pi+2F}{MR(\pi^2-4)}\pi$

○ NS/NC.

Enunciado



Un semidisco homogéneo de masa M y radio R, contenido en un plano vertical, está apoyado sobre un piso horizontal. El contacto entre el semidisco y el piso es rugoso con coeficiente de rozamiento estático y dinámico f. Además del peso actúa una fuerza F constante y horizontal que se aplica en el extremo A del semidisco, según indica la figura. Inicialmente el semidisco se encuentra en reposo, con su centro de masa en su posición inferior.

Primera parte:

La condición que debe verificar f para garantizar que el semidisco ruede sin deslizar en un entorno del instante inicial y la ecuación de movimiento mientras éste rueda sin deslizar son:

- $f \geq \left(\dfrac{3\pi - 8}{9\pi - 16}\right)\dfrac{F}{Mg}$

  $\ddot{\varphi}\left(\dfrac{3}{2} - \dfrac{8\cos\varphi}{3\pi} + \dfrac{16\cos^2\varphi}{9\pi^2}\right) + \dot{\varphi}^2\dfrac{4\sin\varphi}{3\pi}\left(1 - \dfrac{4\cos\varphi}{3\pi}\right) = \dfrac{F}{MR}(1+\sin\varphi) - \dfrac{4g}{3\pi R}\sin\varphi$

- $f \geq \left(\dfrac{9\pi^2 - 24\pi + 16}{3(9\pi - 16)}\right)\dfrac{F}{Mg}$

  $\ddot{\varphi}\left(\dfrac{3}{2} - \dfrac{8\cos\varphi}{3\pi}\right) + \dot{\varphi}^2\left(\dfrac{4\sin\varphi}{3\pi}\right) = \dfrac{F}{MR}(1+\sin\varphi) - \dfrac{4g}{3\pi R}\sin\varphi$

- NS/NC.

- $f \geq \left(\dfrac{3\pi - 8}{9\pi - 16}\right)\dfrac{F}{Mg}$

  $\ddot{\varphi}\left(\dfrac{3}{2} - \dfrac{8\cos\varphi}{3\pi}\right) + \dot{\varphi}^2\left(\dfrac{4\sin\varphi}{3\pi}\right) = \dfrac{F}{MR}(1+\sin\varphi) - \dfrac{4g}{3\pi R}\sin\varphi$

- $f \geq \left(\dfrac{9\pi^2 - 24\pi + 16}{3(9\pi - 16)}\right)\dfrac{F}{Mg}$

  $\ddot{\varphi}\left(\dfrac{3}{2} - \dfrac{8\cos\varphi}{3\pi} + \dfrac{16}{9\pi^2}\right) + \dot{\varphi}^2\left(\dfrac{4\sin\varphi}{3\pi}\right) = \dfrac{F}{MR}(1+\sin\varphi) - \dfrac{4g}{3\pi R}\sin\varphi$

- $f \geq \left(\dfrac{9\pi^2 - 24\pi + 16}{3(9\pi - 16)}\right)\dfrac{F}{Mg}$

  $\ddot{\varphi}\left(\dfrac{3}{2} - \dfrac{8\cos\varphi}{3\pi} + \dfrac{16(1+\cos^2\varphi)}{9\pi^2}\right) + \dot{\varphi}^2\dfrac{4\sin\varphi}{3\pi}\left(1 - \dfrac{4\cos\varphi}{3\pi}\right) = \ddot{\varphi} = \dfrac{F}{MR}(1+\sin\varphi)$

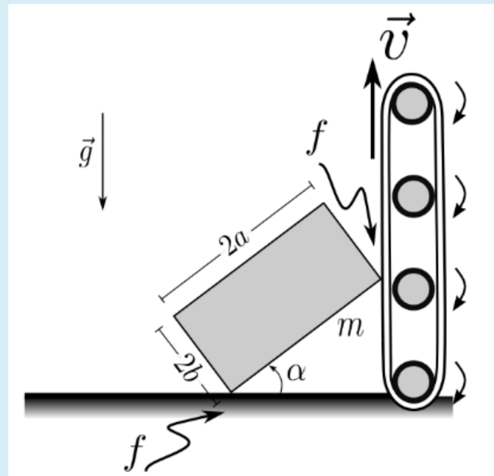
Segunda parte:

Si no se verifica esa condición, encuentre la aceleración angular del semidisco en el instante inicial.

- $\ddot{\varphi} = \dfrac{3fMg\pi + 4F}{3\pi MR(\frac{1}{2} - \frac{16}{9\pi^2})}$
- $\ddot{\varphi} = \dfrac{6fMg\pi + 8F}{3\pi MR}$
- $\ddot{\varphi} = \dfrac{fMg(3\pi - 4) + 4F}{3\pi MR(\frac{1}{2} - \frac{16}{9\pi^2})}$
- $\ddot{\varphi} = \dfrac{2fg}{R}$
- NS/NC.
- $\ddot{\varphi} = \dfrac{2fMg(3\pi - 4) + 8F}{3\pi MR}$

Pregunta 3 versión 1

Enunciado



Se considera una placa rectangular uniforme de lados $2a$ y $2b$ y masa m. Como se muestra en la figura, la placa se encuentra apoyada en un piso horizontal fijo y en una cinta vertical que se mueve hacia arriba con velocidad de módulo v. Ambas superficies tienen rozamiento con la placa, caracterizado por coeficientes de rozamiento estático y dinámico idénticos de valor f.

Primera parte:

Para que la placa pueda mantenerse en equilibrio relativo respecto al piso debe cumplirse:

- ○ NS/NC.
- ◉ $\dfrac{a(1-f^2)}{b+f(2a+fb)} \leq \tan\alpha \leq \dfrac{a}{b}$
- ○ $\dfrac{1}{2af}\left(a(1+f^2)+b(1-f^2)\right) \leq \tan\alpha \leq \dfrac{a}{b}$
- ○ $\dfrac{b}{\sqrt{3}} \leq a \leq af\tan\alpha + \dfrac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}(1+f^2)$
- ○ $0 < \alpha < \pi/2$
- ○ $\dfrac{1}{2\sin\alpha + f(2\cos\alpha - 1)} \leq f \leq \dfrac{\sin\alpha}{\frac{1}{2}-\cos\alpha}$

Segunda parte:

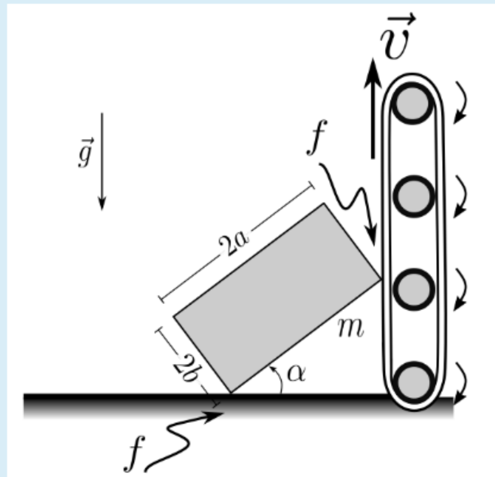
De ahora en más suponga que $a = b$ y $f = \frac{1}{3\sqrt{3}}$. La placa está inicialmente en reposo con $\alpha_0 = \pi/6$
y comienza a moverse manteniéndose apoyada en la cinta vertical mientras desliza hacia la izquierda con respecto al piso. La aceleración angular de la placa en el instante inicial es:

- ○ $\ddot{\alpha} \approx -0.071\dfrac{g}{a}$
- ○ $\ddot{\alpha} \approx -0.084\dfrac{g}{a}$
- ◉ $\ddot{\alpha} \approx -0.160\dfrac{g}{a}$
- ○ $\ddot{\alpha} \approx -0.357\dfrac{g}{a}$
- ○ NS/NC.
- ○ $\ddot{\alpha} \approx -0.196\dfrac{g}{a}$

Pregunta 3 versión 2

Enunciado

Se considera una placa rectangular uniforme de lados $2a$ y $2b$ y masa m. Como se muestra en la figura, la placa se encuentra apoyada en un piso horizontal fijo y en una cinta vertical que se mueve hacia arriba con velocidad de módulo v. Ambas superficies tienen rozamiento con la placa, caracterizado por coeficientes de rozamiento estático y dinámico idénticos de valor f.



Primera parte:

Para que la placa pueda mantenerse en equilibrio relativo respecto al piso debe cumplirse:

- NS/NC.
- $\dfrac{1}{2\sin\alpha + f(2\cos\alpha - 1)} \leq f \leq \dfrac{\sin\alpha}{\frac{1}{2} - \cos\alpha}$
- $\dfrac{a(1-f^2)}{b + f(2a + fb)} \leq \tan\alpha \leq \dfrac{a}{b}$
- $\dfrac{b}{\sqrt{3}} \leq a \leq af\tan\alpha + \dfrac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}(1+f^2)$
- $\dfrac{1}{2af}\big(a(1+f^2) + b(1-f^2)\big) \leq \tan\alpha \leq \dfrac{a}{b}$
- $0 < \alpha < \pi/2$

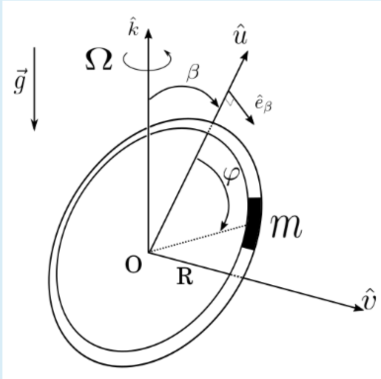
Segunda parte:

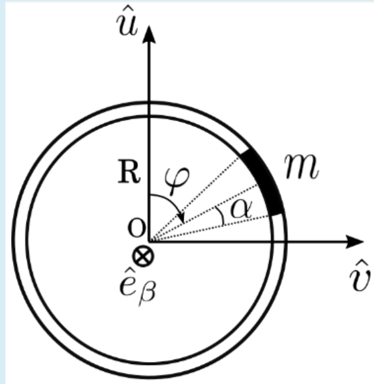
De ahora en más suponga que $a = b$ y $f = \frac{1}{5}$. La placa está inicialmente en reposo con $\alpha_0 = \pi/6$ y comienza a moverse manteniéndose apoyada en la cinta vertical mientras desliza hacia la izquierda con respecto al piso. La aceleración angular de la placa en el instante inicial es:

- NS/NC.
- $\ddot{\alpha} \approx -0.352\dfrac{g}{a}$
- $\ddot{\alpha} \approx -0.179\dfrac{g}{a}$
- $\ddot{\alpha} \approx -0.080\dfrac{g}{a}$
- $\ddot{\alpha} \approx -0.146\dfrac{g}{a}$
- $\ddot{\alpha} \approx -0.064\dfrac{g}{a}$

Enunciado

Pregunta 4 versión 1

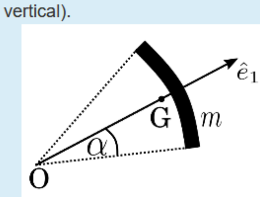




Un rígido homogéneo y de masa m,en forma de arco de circunferencia de radio R y ángulo al centro 2α ($\alpha < \pi/2$) se desliza sin fricción en el interior de un tubo en forma de circunferencia de radio R y centro O . El plano que contiene al tubo forma una ángulo β ($\beta < \pi/2$) con respecto a un eje vertical que pasa por O , en torno al cual gira con velocidad angular constante Ω. Sea φ el ángulo que forma el radiovector que ubica al punto medio del arco sobre la circunferencia con respecto a la dirección diametral $\hat{u}$ indicada en la figura (es el diámetro contenido en un plano vertical).

Datos: para un arco de circunferencia homogéneo, de masa m, radio R y ángulo al centro 2α se tiene:

$$G - O = \frac{\sin\alpha}{\alpha} R\hat{e}_1; \; I_{G,\hat{e}_1} = \frac{mR^2}{2}\left(1 - \frac{\sin 2\alpha}{2\alpha}\right)$$



Primera parte:

La ecuación de movimiento que satisface la coordenada φ es:

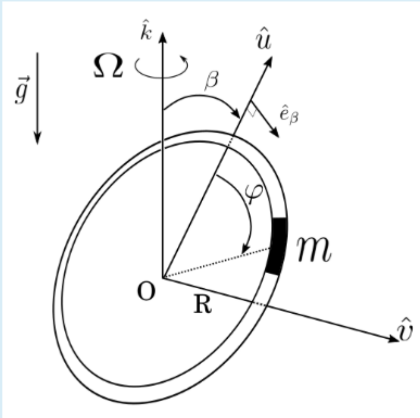
- ◉ $\ddot{\varphi} - \left(\Omega^2 \cos\alpha \cos\beta \cos\varphi + \frac{g}{R}\right)\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cos\beta \sin\varphi = 0$
- ○ $\ddot{\varphi} + \left(\Omega^2 \cos\beta \sin\varphi + \frac{g}{R\frac{\sin\alpha}{\alpha}}\right)\cos\beta \cos\varphi = 0$
- ○ $\ddot{\varphi} - \left(\Omega^2 \cos\beta \cos\varphi + \frac{g}{R\frac{\sin\alpha}{\alpha}}\right)\cos\beta \sin\varphi = 0$
- ○ $\ddot{\varphi} + \left(\Omega^2 \cos\alpha \cos\beta \sin\varphi + \frac{g}{R}\right)\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cos\beta \cos\varphi = 0$
- ○ NS/NC.
- ○ $\ddot{\varphi} + \left(\Omega^2 \cos\alpha \cos\beta \cos\varphi - \frac{g}{R}\right)\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cos\beta \sin\varphi = 0$

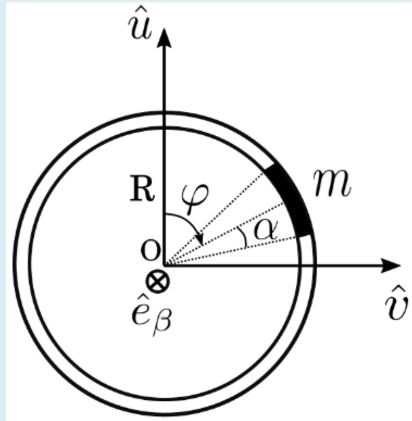
Segunda parte:

Las posiciones de equilibrio relativo del rígido y su estabilidad son:

- ○ $\varphi = 0$ (inestable), $\varphi = \pi$ (estable), $\cos\varphi_{eq} = \frac{g}{R\Omega^2 \cos\alpha\cos\beta}$ (existe y es inestable si $\Omega^2 \geq \frac{g}{R\cos\alpha\cos\beta}$)
- ◉ $\varphi = 0$ (inestable), $\varphi = \pi$ (estable si $\Omega^2 \leq \frac{g}{R\cos\alpha\cos\beta}$), $\cos\varphi_{eq} = -\frac{g}{R\Omega^2\cos\alpha\cos\beta}$ (existe y es estable si $\Omega^2 \geq \frac{g}{R\cos\alpha\cos\beta}$)
- ○ $\varphi = 0$ (inestable), $\varphi = \pi$ (estable si $\Omega^2 \leq \frac{g}{R\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cos^2\beta}$), $\cos\varphi_{eq} = +\frac{g}{R\frac{\sin\alpha}{\alpha}\Omega^2\cos\beta}$ (existe y es inestable si $\Omega^2 \geq \frac{g}{R\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cos\beta}$)
- ○ $\varphi = \pm\pi/2$ (estable si $\Omega^2 \leq \frac{g}{R\cos\alpha\cos\beta}$), $\sin\varphi_{eq} = -\frac{g}{R\Omega^2\cos\alpha\cos\beta}$ (existe y es estable si $\Omega^2 \geq \frac{g}{R\cos\alpha\cos\beta}$)
- ○ $\varphi = \pm\pi/2$ (inestable), $\sin\varphi_{eq} = -\frac{g}{R\frac{\sin\alpha}{\alpha}\Omega^2\cos\beta}$ (existe y es estable si $\Omega^2 \geq \frac{g}{R\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cos\beta}$)
- ○ NS/NC.

Enunciado

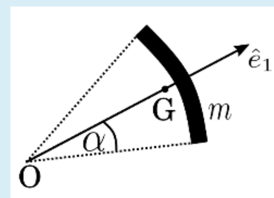




Un rígido homogéneo y de masa m, en forma de arco de circunferencia de radio Ry ángulo al centro 2α ($\alpha < \pi/2$) se desliza sin fricción en el interior de un tubo en forma de circunferencia de radio R y centro O. El plano que contiene al tubo forma una ángulo >β ($\beta < \pi/2$) con respecto a un eje vertical que pasa por O , en torno al cual gira con velocidad angular constante Ω. Sea φ el ángulo que forma el radiovector que ubica al punto medio del arco sobre la circunferencia con respecto a la dirección diametral $\hat{u}$ indicada en la figura (es el diámetro contenido en un plano vertical).

Datos: para un arco de circunferencia homogéneo, de masa m, radio R y ángulo al centro 2α se tiene:

$$G - O = \frac{\sin\alpha}{\alpha} R\hat{e}_1 ; I_{G,\hat{e}_1} = \frac{mR^2}{2}\left(1 - \frac{\sin 2\alpha}{2\alpha}\right)$$



Primera parte:

La ecuación de movimiento que satisface la coordenada φ es:

- ○ $\ddot{\varphi} + \left(\Omega^2 \cos\beta \sin\varphi + \frac{g}{R\frac{\sin\alpha}{\alpha}}\right) \cos\beta \cos\varphi = 0$
- ◉ $\ddot{\varphi} - \left(\Omega^2 \cos\alpha \cos\beta \cos\varphi + \frac{g}{R}\right) \frac{\sin\alpha}{\alpha} \cos\beta \sin\varphi = 0$
- ○ $\ddot{\varphi} + \left(\Omega^2 \cos\alpha \cos\beta \sin\varphi + \frac{g}{R}\right) \frac{\sin\alpha}{\alpha} \cos\beta \cos\varphi = 0$
- ○ $\ddot{\varphi} - \left(\Omega^2 \cos\beta \cos\varphi + \frac{g}{R\frac{\sin\alpha}{\alpha}}\right) \cos\beta \sin\varphi = 0$
- ○ $\ddot{\varphi} + \left(\Omega^2 \cos\alpha \cos\beta \cos\varphi - \frac{g}{R}\right) \frac{\sin\alpha}{\alpha} \cos\beta \sin\varphi = 0$
- ○ NS/NC.

Segunda parte:

(Considere: $\Omega^2 = \frac{g}{R\cos\alpha\cos\beta}$)

El rígido parte ahora del punto más bajo de la guía con velocidad de su punto medio relativa a la guía de módulo v_0. Determine la condición que debe cumplir v_0 de forma que el rígido pueda completar una vuelta a la circunferencia.

- ○ $v_0^2 > gR\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cos\beta$
- ○ NS/NC.
- ◉ $v_0^2 > 4gR\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cos\beta$
- ○ $v_0^2 > \frac{gR}{2}\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^{-1}\cos\beta$
- ○ $v_0^2 > 2gR\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cos\beta$
- ○ $v_0^2 > \frac{gR}{4}\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^{-1}\cos\beta$