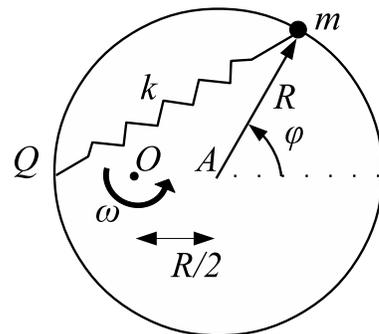


### Mecánica Newtoniana

Primer parcial, 5 de mayo de 2018

**Ejercicio 1** Una partícula de masa  $m$  se mueve enhebrada en una guía lisa circular de radio  $R$  y centro  $A$ . Un resorte de constante elástica  $k$  y longitud natural nula sujeta a la masa  $m$  a un punto  $Q$  de la guía. La guía a su vez rota con velocidad angular  $\omega$  constante en torno a un eje perpendicular a su plano por  $O$ , punto medio entre  $Q$  y  $A$ . En el problema **no** actúa el peso.

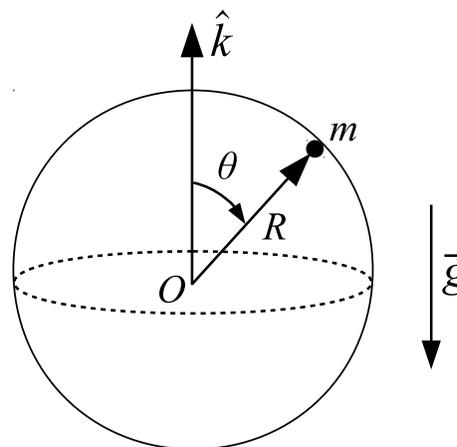


- Halle la ecuación de movimiento que satisfice la coordenada  $\varphi$ , ángulo que forma el radio vector  $Am$  con respecto al diámetro  $QA$  de la guía.
- Determine el valor particular  $\omega_0$  de la velocidad angular  $\omega$  para el cual la velocidad de la partícula relativa a la guía es de módulo constante.

Suponga de ahora en más que  $\omega = \sqrt{2}\omega_0$

- Determine las posiciones de equilibrio relativo de la partícula y la estabilidad de las mismas.
- Considere que en el instante inicial la partícula se encuentra en  $\varphi = 0$  con velocidad relativa a la guía de módulo  $v_R$ . Determine el mínimo valor de  $v_R$  que permite que la partícula alcance  $\varphi = \pi$ .

**Ejercicio 2** Una partícula de masa  $m$  se mueve en el interior de un cascarón esférico liso de centro  $O$  y radio  $R$ . Sea  $\theta$  el ángulo polar que forma el vector posición  $\vec{r}$  (referido a  $O$ ) de la partícula con respecto a la dirección vertical  $\hat{k}$ . Inicialmente la partícula se encuentra sobre la línea ecuatorial indicada en la figura ( $\theta = \pi/2$ ) y su velocidad es horizontal y de módulo  $v_0$ .



- Pruebe que la componente vertical del momento angular de la partícula visto desde  $O$  ( $\vec{L}_O = m\vec{r} \times \vec{v}$ ) es una cantidad conservada.
- Halle la energía cinética de la partícula.
- Muestre que se puede escribir una ecuación de la forma  $\dot{\theta}^2 + f(\theta) = 0$ , donde  $f(\theta)$  es una función del ángulo polar que se determinará.
- Halle el valor de  $v_0$  para el cual la partícula alcanza el punto más bajo de su movimiento en  $\theta = \frac{5\pi}{6}$ .