

Mecánica Newtoniana

Primer Parcial

Universidad de la República
Facultad de Ingeniería – Instituto de Física

9 de mayo de 2009

Ejercicio 1

Una partícula de masa m y carga q está sometida a la acción de un campo magnético uniforme: ($\vec{B} = B\hat{k}$) y a la del campo eléctrico de una distribución de carga lineal y uniforme a lo largo del eje \hat{k} : $\vec{E} = E_0 \frac{a}{\rho} \hat{e}_\rho$ (ρ, φ, z son las coordenadas cilíndricas con que se trabajará en el problema y $\hat{e}_\rho, \hat{e}_\varphi, \hat{k}$ sus versores asociados; B y E_0 son constantes con dimensiones de campo magnético y eléctrico respectivamente; $a > 0$ una constante con dimensión de distancia). La partícula se mueve entonces bajo la acción de la *fuerza de Lorentz*:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

donde \vec{v} es la velocidad de la partícula.

1. Escribir las ecuaciones de movimiento de la partícula en coordenadas cilíndricas.
2. Demostrar que:

$$K = m\rho^2\dot{\varphi} + \frac{qB}{2}\rho^2$$

es una cantidad que se conserva durante el movimiento de la partícula.

3. Mostrar que la parte magnética de la fuerza de Lorentz es de potencia nula y hallar el potencial asociado a la parte eléctrica de esta fuerza.
4. A partir de la conservación de K y de la energía de la partícula, escribir una ecuación diferencial de la forma: $\dot{\rho}^2 = \phi(\rho)$.
5. ¿Bajo qué condiciones iniciales se moverá la partícula en una órbita circular de radio ρ_0 contenida en un plano perpendicular a \hat{k} y con centro en este eje?

Ejercicio 2

Una partícula de masa m se mueve sin rozamiento sobre un cuadrante de circunferencia delimitado por un radio horizontal y otro vertical OB (B por encima de O) y que se halla en un plano vertical que gira con velocidad angular ω constante alrededor de OB . Sobre la partícula actúa un resorte de constante elástica k y longitud natural nula, cuyo otro extremo se fija al punto Q que está sobre la vertical por O a una distancia $\frac{R}{2}$ sobre B (ver figura).

1. Escribir la ecuación de movimiento de la partícula en términos del ángulo θ definido en la figura.
2. Hallar las posiciones de equilibrio relativo a la guía de esa partícula.
3. Discutir la estabilidad de las posiciones de equilibrio halladas en la parte anterior.

