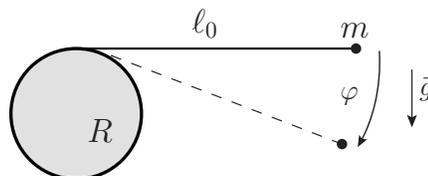


Mecánica Newtoniana
Examen, 16 de febrero 2017

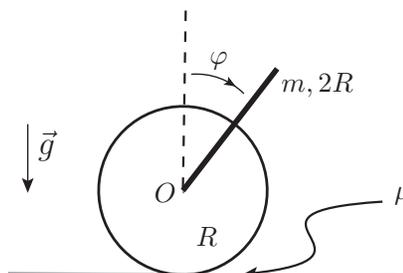
Ejercicio 1 Una partícula de masa m está unida a un hilo flexible, inextensible y sin masa que está parcialmente enrollado en un cilindro *fijo* de radio R . Se estudiará el movimiento de la partícula mientras el hilo se enrolla en el cilindro, asumiendo que el hilo se mantiene tenso. Se define φ como el ángulo que forma el hilo con la horizontal (ver figura). En todo el movimiento se supondrá que actúa el peso y que el hilo no desliza sobre el cilindro. En el instante inicial $\varphi = 0$, el trozo de hilo desenrollado tiene longitud ℓ_0 , y la partícula se encuentra en reposo.

- Escriba expresiones para los vectores velocidad y aceleración de la partícula en función de φ (y sus derivadas temporales) en una base adecuada.
- Encuentre la ecuación de movimiento de la partícula.
- Probar que si $\ell_0 < \pi R$ el hilo permanece siempre tenso.



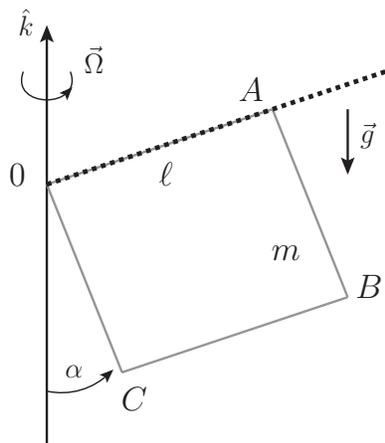
Ejercicio 2 Una barra homogénea de masa m y longitud $2R$ está unida *rígidamente* a un aro sin masa de radio R , de modo que uno de sus extremos está en el centro O (ver figura). El aro rueda sin deslizar sobre el piso, con el que tiene un coeficiente de rozamiento estático μ . El ángulo φ mide la rotación de la barra respecto a la dirección vertical.

- Halle la ecuación de movimiento del sistema.
- Si en el instante inicial la barra parte del reposo con $\varphi_0 = \pi/2$. ¿Qué condición debe cumplir el coeficiente de rozamiento μ para que no haya deslizamiento en ese instante?



Ejercicio 3 Considere una placa homogénea cuadrada $OABC$ de masa m y lado ℓ . La placa se mueve de forma tal que el lado OA permanece en un plano horizontal fijo, girando alrededor del eje vertical con velocidad angular $\Omega \hat{k}$, con Ω constante. La placa puede girar libremente en torno al eje que contiene su lado OA . El ángulo α es el que forma la placa con el plano vertical que contiene a OA . Actúa el peso.

- Hallar el momento angular de la placa respecto a su vértice O , \vec{L}_O .
- Suponiendo que durante el movimiento se verifica $\alpha = \alpha_0$ (con α_0 constante, y $0 < \alpha_0 < \pi/2$), halle el valor de Ω .



NOTA: Para una placa cuadrada homogénea de masa M y lado L , el tensor de inercia con respecto a su centro en una base principal $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ está dado por:

$$I_{O, \{\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}\}} = \begin{bmatrix} \frac{ML^2}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{ML^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{ML^2}{6} \end{bmatrix}$$