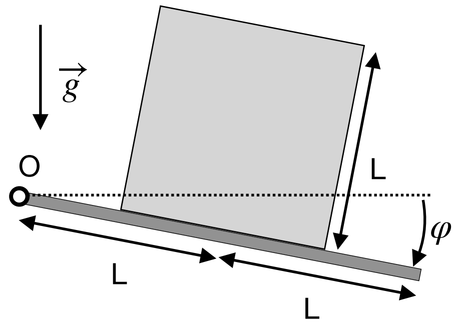
MECÁNICA NEWTONIANA

2do parcial - 1er semestre 2022

Ejercicio 1. - Una placa cuadrada homogénea de lado L y masa m, se encuentra apoyada al medio de una barra homogénea de largo 2L. El contacto entre la placa y la barra es rugoso, con coeficiente de rozamiento estático μ_s = 5/3. La barra tiene igual masa m y está unida a un punto fijo O a través de una articulación cilíndrica lisa de eje horizontal y perpendicular a la barra. En el instante inicial, al conjunto de ambos rígidos se lo deja caer desde el reposo estando la barra horizontal.

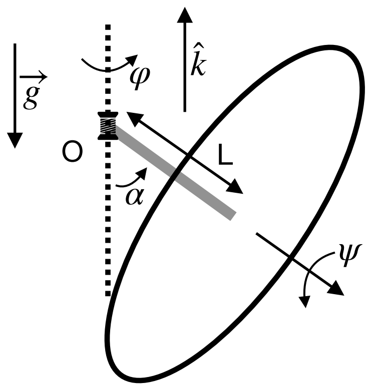


a) Asumiendo que no existe movimiento relativo entre los dos cuerpos, calcule la ecuación de movimiento para el conjunto.

b) Determine **todas** las condiciones que aseguran que el bloque permanezca en reposo relativo a la barra en un entorno del instante inicial del movimiento, y determine si la placa efectivamente permanecerá en reposo relativo en ese entorno temporal.

(*Dato: se recuerda que el momento de inercia de una placa cuadrada de lado L y masa m, respecto de un eje perpendicular a su plano por el punto de cruce de las diagonales, vale* $mL^2/6$).

Ejercicio 2. - Describiremos a una rueda de bicicleta como un aro homogéneo de masa m y radio r que puede girar libremente en torno a su eje. Dicho giro se describirá con el ángulo ψ. A su eje se ha fijado, por uno de sus extremos, una barra de largo L = $r/\sqrt{2}$ y masa despreciable. Esta barra se une por su otro extremo a una articulación cilíndrica, ubicada en el punto fijo O, y cuyo eje es vertical. El ángulo α entre la barra y la dirección vertical también es fijo. El giro de la barra en torno al eje vertical se describirá con el ángulo φ. En la articulación cilíndrica hay un resorte de torsión que actúa sobre la barra y le ejerce a esta un momento de fuerzas a lo largo de la dirección vertical $\hat{k}$ de la forma $\vec{\mu}_o = -\kappa\varphi\hat{k}$, siendo κ una constante elástica positiva conocida, y φ el cambio angular desde la posición en la que el resorte no está torsionado.



a) Considere el trabajo realizado por el resorte de torsión cuando el sistema gira de un ángulo φ_1 a un ángulo φ_2. Demuestre que este trabajo se puede escribir como menos la variación de una cierta energía potencial. (*Sugerencia: recuerde que la potencia entregada por un momento* $\vec{\mu}_o$ *aplicado en O, está dada por la expresión* $\vec{\mu}_o \cdot \dot{\varphi}\hat{u}$*, donde* $\dot{\varphi}\hat{u}$ *es la velocidad angular del sistema sobre el cual se aplica el momento de fuerzas, siendo* $\hat{u}$ *un vector unitario*).

b) Determine las ecuaciones de movimiento del aro.

c) Verifique que existe una posible solución $\varphi_s(t)$ de las ecuaciones de movimiento del aro, que determinará, para la cual se da la siguiente relación entre las coordenadas: $\dot{\psi}_s(t) = cos(\alpha)\,\dot{\varphi}_s(t)$, y que verifica las condiciones iniciales de movimiento correspondientes a soltar el sistema desde el reposo, con el resorte de torsión torsionado un ángulo φ_o.

Nota*: aunque es obvio, se recuerda que todas sus respuestas deben está debidamente justificadas.*