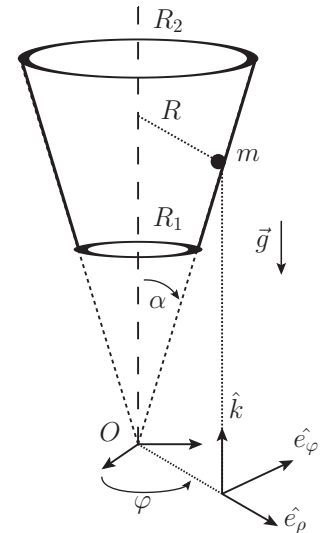


Mecánica Newtoniana
Examen, 1 de agosto 2015

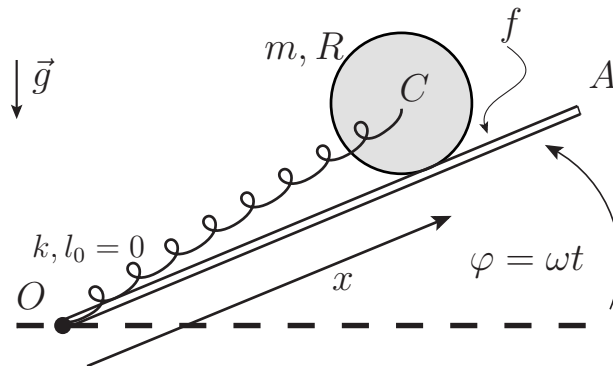
Ejercicio 1 Una partícula puntual de masa m se mueve sobre la superficie lisa de un cono trunco circular de eje vertical, radio inferior $R_1 = R/2$, radio superior $R_2 = 3R/2$ y ángulo α con $\tan(\alpha) = 1/2$. Inicialmente la partícula está a una distancia R del eje del cono y tiene una velocidad horizontal $\vec{v} = v_0 \hat{e}_\varphi$.

- Demuestre que la componente vertical de la cantidad de movimiento angular de la partícula respecto al punto O se conserva.
- Encuentre la ecuación de movimiento para la distancia al eje del cono ρ .
- Muestre que la ecuación de movimiento puede escribirse como $\dot{\rho}^2 = f(\rho)$.
- Halle la condición que tiene que cumplir v_0 para que la partícula se mantenga dentro del cono.



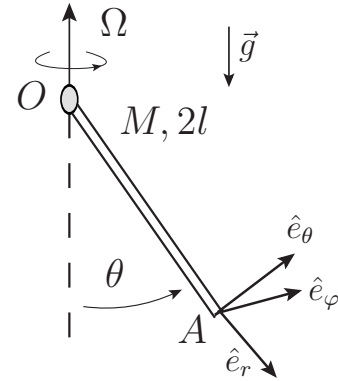
Ejercicio 2 Una barra OA contenida en un plano vertical gira con velocidad angular ω constante. Inicialmente un disco homogéneo de masa m y radio R rueda sin deslizar apoyado sobre la barra. El contacto entre el disco y la barra es rugoso, de coeficiente de rozamiento estático f . Un resorte de constante $k = m\omega^2$ y longitud natural nula une el centro C del disco con el punto O . Sea x la distancia entre el punto O y el punto de contacto entre el disco y la barra. En el instante inicial la barra está horizontal, $x(0) = 0$ y $\dot{x}(0) = 2g/3\omega$.

- Hallar la ecuación de movimiento del disco mientras rueda sin deslizar sobre la barra.
- Hallar el mínimo valor de f para que el disco no deslice antes que $\varphi = \pi/4$.



Ejercicio 3 Una barra OA homogénea de longitud $2l$ y masa M está unida a una articulación esférica lisa en su extremo O . El plano definido por la barra y el eje vertical que pasa por O gira con velocidad angular Ω constante. En el extremo inferior de la barra (A) siempre actúa una fuerza $\vec{F} = F\hat{e}_\varphi$, perpendicular al plano mencionado, como muestra la figura. La fuerza \vec{F} es variable, y es la responsable de mantener la velocidad angular Ω constante. Suponga que el ángulo θ que forma la barra con la dirección vertical cumple $0 < \theta < \pi$.

- Determine la ecuación de movimiento para el ángulo θ .
- Halle F en función de θ , $\dot{\theta}$ y los parámetros del problema.
- Determine el ángulo θ_{eq} de equilibrio relativo y estudie su estabilidad.



Identidades trigonométricas útiles:

$$\cos(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2(\alpha)}}, \quad \sin(\alpha) = \frac{\tan(\alpha)}{\sqrt{1 + \tan^2(\alpha)}}$$