

## Mecánica Newtoniana. Segundo Parcial: 02/12/2022

**Ejercicio 1.**

Una placa rectangular de lados  $4a$  y  $2a$  y masa  $m$  se encuentra apoyada sobre el borde de un plano horizontal como indica la figura 1. El contacto entre la placa y el plano tiene coeficiente de rozamiento estático  $\mu$ . Inicialmente la placa se encuentra en reposo y  $\theta = 0$ . Suponiendo que la placa no desliza:

- Calcule el tensor de inercia de la placa en el punto  $O$ .
- Encuentre la ecuación de movimiento de la placa para la coordenada  $\theta$  (ver figura 1).
- Encuentre el mínimo valor de  $\mu$  para asegurar que la placa no deslice en el instante inicial.

Nota: El tensor de inercia de la placa rectangular desde el centro de masa en la base  $\{\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{k}\}$  es:

$$\mathcal{I}_G = \frac{4m}{3} \begin{pmatrix} \frac{a^2}{4} & 0 & 0 \\ 0 & a^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5a^2}{4} \end{pmatrix}$$

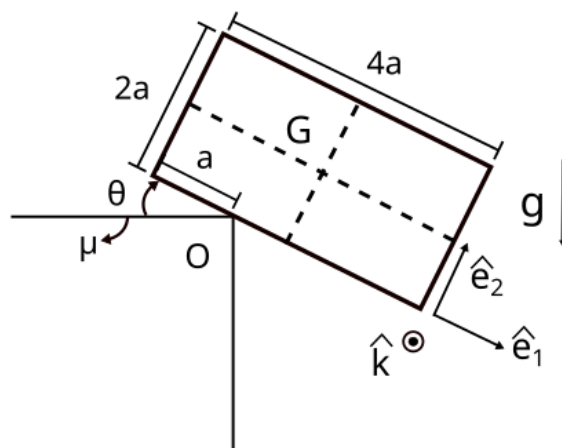


Figura 1: Sistema para el problema 1.

**Ejercicio 2.**

Una placa rectangular de lados  $2a$  y  $2b$  y masa  $m_p$  se encuentra apoyada sobre un disco de radio  $R$  y masa  $m_d$  como se muestra en la figura 2. El contacto entre la placa y el disco y entre el disco y la pared son lisos. Por otro lado, el contacto entre el disco y el suelo es rugoso con coeficiente de rozamiento estático  $\mu$  y el contacto entre la placa y el piso también es rugoso con el mismo coeficiente. La distancia entre el punto  $O$  y el punto de contacto de la placa con el disco es  $d$  y se sabe que  $d = 2R$ .

- Halle las condiciones que tienen que cumplir  $a$  y  $b$  para que la placa se mantenga en equilibrio, en función de los parámetros del sistema.
- Halle las condiciones que tienen que cumplir  $a$  y  $b$  para que el disco también se mantenga en equilibrio, en función de los parámetros del sistema.

Nota:

$$\begin{aligned} \sin(2\alpha) &= 2\cos(\alpha)\sin(\alpha) \\ \cos(2\alpha) &= \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) \end{aligned}$$

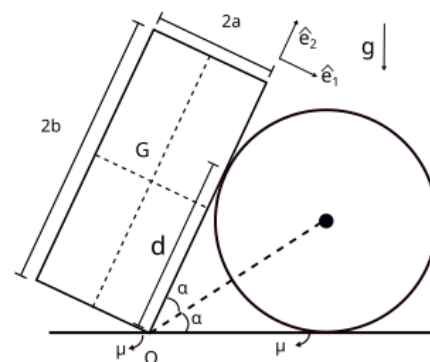


Figura 2: Disposición de los rígidos.

**Ejercicio 3.**

Una barra de masa  $m$  y largo  $2L$  está unida a un punto fijo  $O$  mediante una **articulación esférica lisa**. Sea  $\varphi$  el ángulo entre el plano vertical que contiene a la barra y una dirección fija (ver figura 3). Por otro lado,  $\theta$  es el ángulo que forma la barra con la dirección vertical. En el instante inicial la velocidad del centro de masa es:  $\vec{v}_G = v_1 \hat{e}_\varphi + v_2 \hat{e}_\theta$  con  $v_1, v_2 > 0$ ,  $\varphi = 0$  y  $\theta = \frac{\pi}{4}$ . Trabajando en la base que se muestra en la figura 3:

- Encuentre las 2 cantidades conservadas en el movimiento del sistema y demuestre su conservación.
- Escriba una ecuación del tipo  $\dot{\theta}^2 = f(\theta)$  en función de los parámetros del sistema.

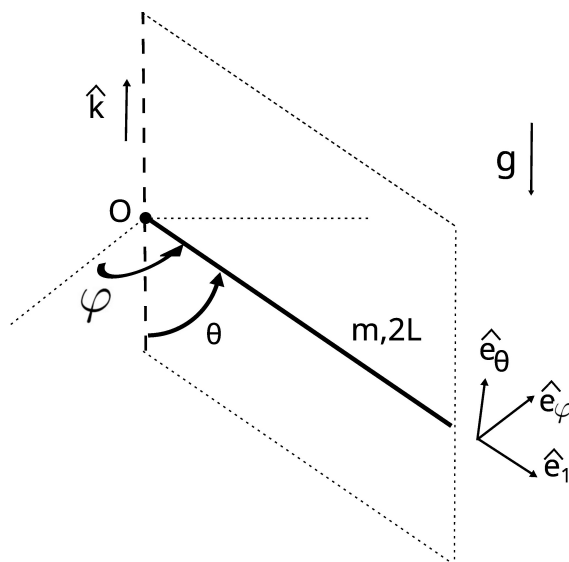


Figura 3: Disposición de la barra y definición de las coordenadas.