

Mecánica Newtoniana. Primer Parcial: 27/09/2022

Ejercicio 1.

Considere una partícula de masa m que sometida a su propio peso se mueve en todo momento enhebrada sobre una guía rectilínea lisa (vínculo bilateral). La guía forma un ángulo α constante ($\alpha = \frac{\pi}{4}$) respecto a la vertical (ver figura 1). Además, la guía está unida en su punto O a un eje de rotación que gira con velocidad angular ω constante según la dirección vertical. La partícula está unida al punto O mediante un resorte de longitud natural nula y constante elástica k . Trabajando en la base de coordenadas que se muestra en la figura 1:

- Encuentre la ecuación de movimiento de la partícula para la coordenada x .
- Encuentre el punto de equilibrio relativo a la guía x_{eq} y discuta su estabilidad en función de los parámetros del problema.

Ahora consideraremos que se tienen los parámetros que aseguran que x_{eq} sea estable.

- Considere que en el instante inicial la partícula se encuentra en $x = \frac{x_{eq}}{2}$ y $\dot{x} = 0$ (velocidad relativa a la guía nula). Encuentre una ecuación del tipo $\dot{x}^2 = f(x)$, muestre que el movimiento es acotado y halle el máximo alejamiento a O (que llamaremos x_M).
- Calcule la velocidad absoluta y las fuerzas reactivas sobre la partícula cuando ésta se encuentra en $x = x_M$.

Nota: $\sin(\frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Ejercicio 2.

Una partícula de masa m está sometida a una fuerza central atractiva $\vec{F}(\vec{r}) = -\frac{k}{r^2}\hat{e}_r$ en la dirección radial con centro de fuerzas en O según indica la figura 2. En el instante inicial la partícula está a una distancia d de O y tiene una velocidad de módulo v_o perpendicular al vector posición inicial (ver figura 2).

- Halle una expresión para la energía mecánica (E) de la partícula y bosqueje el potencial efectivo en función de r la distancia entre la partícula y O .
- Halle el valor de E y el valor de v_o para que la partícula describa un movimiento circular de radio d conocido.
- Encuentre la condición que deben verificar d y v_o para que el movimiento de la partícula sea acotado.
- Para movimientos acotados, encuentre los valores extremos de la distancia a O . ¿Cuál debe ser la relación que deben cumplir los parámetros del sistema para que d sea el punto más próximo al punto O ?

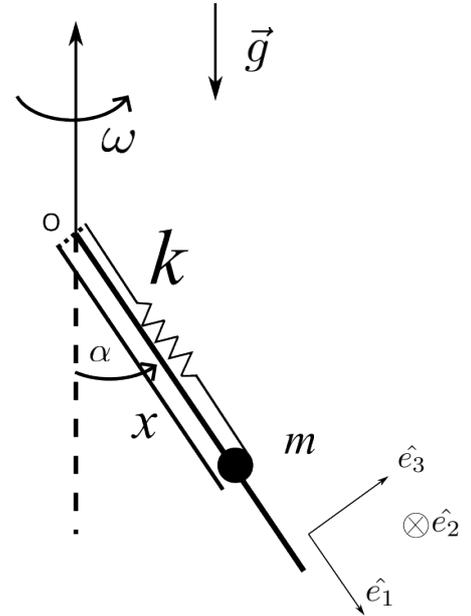


Figura 1: Sistema para el problema 1.

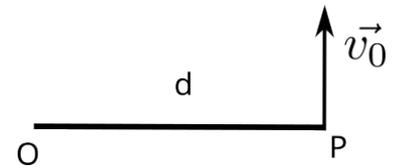


Figura 2: Disposición de la partícula en el instante inicial.