

**INSTITUTO DE FÍSICA**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**MECÁNICA NEWTONIANA (1122)**

**Curso 2021**

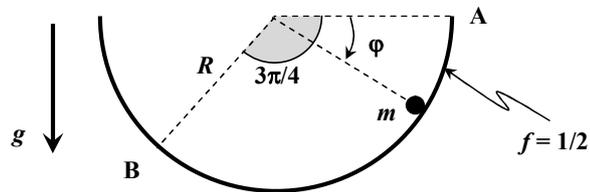
**Examen: 30 de Julio de 2021**

**Notas Importantes:**

1. Fundamente sus respuestas.
2. La prueba es individual y sin material.
3. Antes de entregar asegúrese de que todas sus hojas están correctamente identificadas con su nombre y numeradas secuencialmente.
4. Duración 4 horas.

**Ejercicio N° 1:**

Una partícula de masa  $m$  se mueve en el interior de una guía circular fija de radio  $R$  contenida en un plano vertical (actúa el peso).

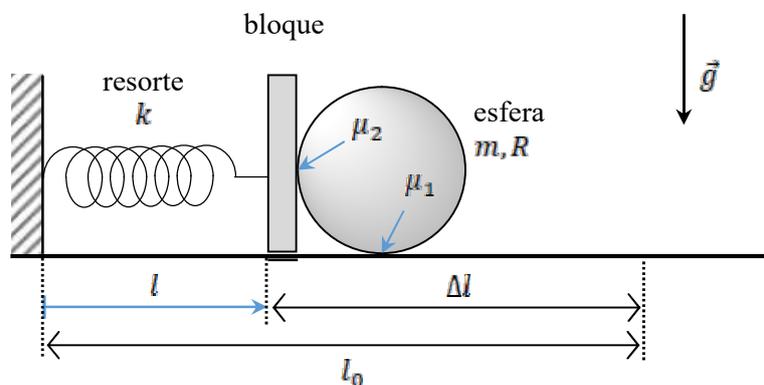


La partícula parte en  $t = 0$  desde el punto A (extremo derecho de la guía,  $\varphi(0) = 0$ , ver figura) con una velocidad tangencial a la guía  $v_0$  hacia abajo ( $\dot{\varphi}(0) = \frac{v_0}{R} > 0$ ) y se detiene por primera vez al llegar al punto B situado en  $\varphi = 3\pi/4$ . La guía es rugosa con coeficiente de rozamiento (estático y dinámico)  $f = 1/2$ , y la partícula se desplaza apoyada en el interior de la guía circular (vínculo unilateral).

- a) Halle la ecuación de movimiento de la partícula antes de llegar a B.
- b) Muestre que se puede escribir esa ecuación para la variable  $u(\varphi) = \dot{\varphi}^2$  y encuentre su solución.
- c) Determine cuál debe ser el valor de  $v_0$  para que la partícula se detenga por primera vez en el punto B.
- d) Halle el trabajo de la fuerza de rozamiento sobre la partícula en el trayecto desde A hasta detenerse en B.

**Ejercicio N° 2:**

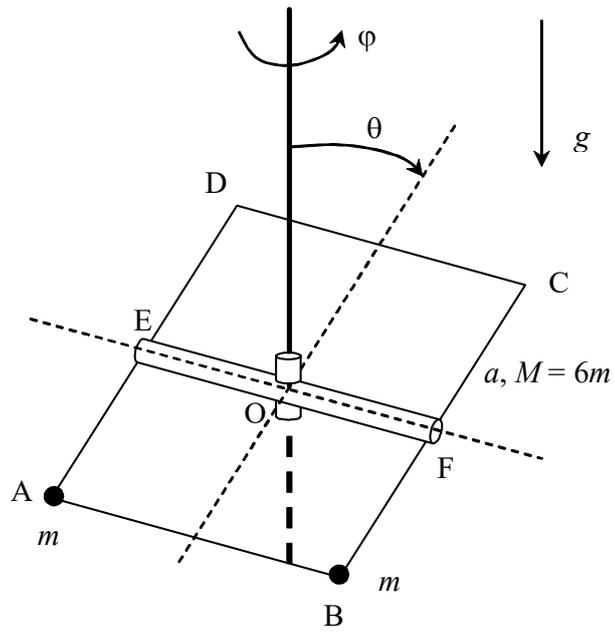
Una esfera maciza, homogénea, de masa  $m$  y radio  $R$ , descansa sobre una superficie horizontal. El coeficiente de fricción estático entre la esfera y la superficie es  $\mu_1$ . La esfera es impulsada sobre la superficie por un sistema lanzador, formado por un resorte ideal de constante elástica  $k$  y longitud natural  $l_0$  y un bloque de masa despreciable, como muestra la figura. El coeficiente de rozamiento dinámico entre el bloque y la esfera es  $\mu_2 = \frac{4}{5}$ , mientras que entre el bloque y la superficie horizontal la fricción es despreciable. Se supondrá que el bloque no puede volcar. Inicialmente el resorte está comprimido una longitud  $\Delta l$  y se libera el sistema desde el reposo. El momento de inercia de la esfera respecto a un eje que pasa por su centro es  $\frac{2}{5}mR^2$ .



- a) Asumiendo que no hay deslizamiento entre la esfera y la superficie horizontal:
  - i) Se le llama P al punto de la esfera instantáneamente en contacto con el bloque. Cuando la esfera se mueve hacia la derecha, la velocidad de P relativa al bloque, ¿es hacia arriba o hacia abajo?
  - ii) Determine la ecuación de movimiento para el largo del resorte  $l$  (ver figura), durante el intervalo en que el resorte se encuentra comprimido.
- b) Para el movimiento de la parte a), calcule el tiempo que transcurre hasta que la esfera deja de estar en contacto con el bloque.
- c) Si  $\Delta l = \frac{5mg}{4k}$ , ¿cuál es el valor mínimo de  $\mu_1$  que asegura que la esfera no deslice con respecto a la superficie horizontal en el instante inicial?
- d) Halle los trabajos efectuados por las componentes horizontal y vertical de la fuerza que el bloque ejerce sobre la esfera, desde el instante inicial hasta el instante calculado en la parte b).

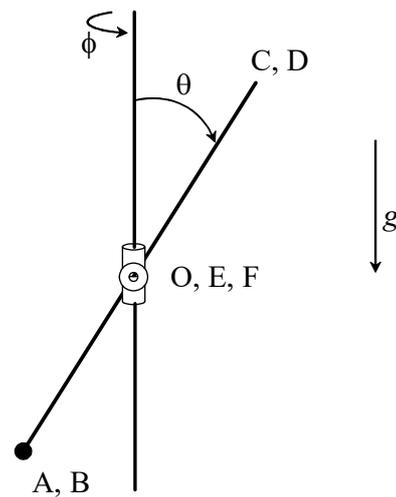
**Ejercicio N° 3:**

Una placa cuadrada homogénea ABCD de masa  $M = 6m$  y lado  $a$ , gira libremente en torno a un eje EF horizontal, que pasa por el centro de la placa O fijo y es paralelo a sus aristas AB y CD. Este eje EF, a su vez, gira libremente en torno a un eje vertical que es perpendicular a EF por O. Ambos giros se implementan con articulaciones cilíndricas lisas sin masa. La placa tiene incrustadas dos masas iguales  $m$  en los vértices A y B. Sea  $\varphi$  el ángulo de giro de EF en torno al eje vertical y  $\theta$  el ángulo que forma el plano de la placa con la dirección vertical (ver figuras).



Inicialmente la placa se encuentra en posición horizontal ( $\theta = \pi/2$ ) con una velocidad angular  $\omega_0$  según la dirección vertical.

El momento de inercia de la placa respecto a un eje perpendicular a ella que pasa por su centro es  $\frac{Ma^2}{6}$ .



- Halle el momento angular respecto al punto O y la energía cinética del sistema.
- Demuestre que se conserva la componente vertical de dicho momento angular. ¿Existe otra magnitud conservada en este sistema? En caso afirmativo indique cuál. Justifique su respuesta.
- ¿Cuál debe ser  $\omega_0$  para que el valor mínimo de  $\theta$  sea  $\frac{\pi}{3}$ ?