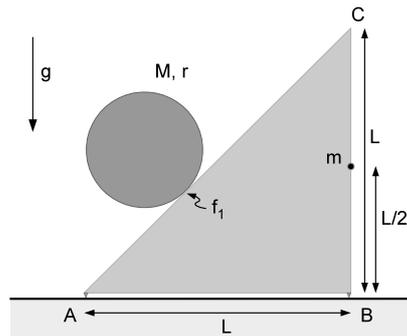


**Examen de Mecánica Newtoniana**  
**27 de julio de 2019**

**Ejercicio 1-** Considere una partícula P de masa  $m$  que se mueve en un espacio tridimensional bajo la acción de un campo de fuerzas descrito por el potencial  $U(r) = -\frac{k}{r^2}$ , donde  $k > 0$  es un parámetro que caracteriza el potencial y  $r$  la distancia a un punto fijo O.

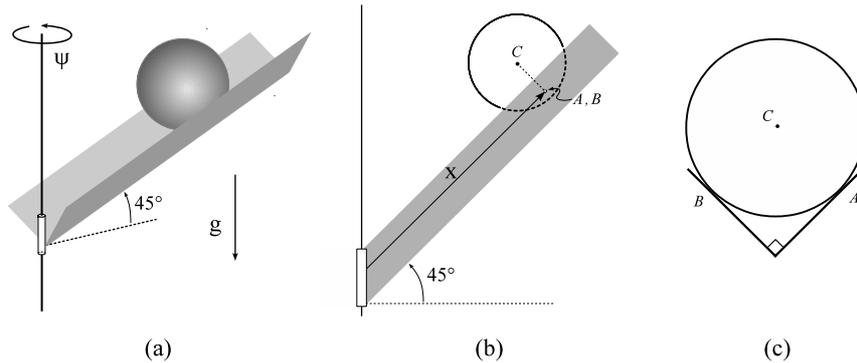
- a) Demuestre que el movimiento de esta partícula se encuentra contenido en un plano que queda determinado por las condiciones iniciales del movimiento.
- b) Halle la expresión de las órbitas de esta partícula suponiendo que parte desde una posición tal que  $r = r_o$  y con una velocidad  $\vec{v}_o$  perpendicular a la dirección P-O.
- c) Establezca la condición que determina órbitas no acotadas y encuentre la dirección asintótica de escape, ambos en función de las condiciones iniciales.
- d) Si la condición anterior se verifica, determine el tiempo que tarda la partícula en llegar a una determinada posición de su trayectoria.

**Ejercicio 2-** Un disco de masa  $m$  y radio  $r$  se apoya sobre uno de los lados de una placa triangular de masa despreciable. Dicha placa, que es un triángulo isosceles recto con catetos de largo  $L$ , se apoya sobre una superficie horizontal en dos de sus vértices A y B, como muestra la figura. Los contactos en A y B con el plano horizontal son lisos. Una partícula de igual masa  $m$  está incrustada en el punto medio del cateto BC. El contacto entre el disco y la placa es rugoso, con coeficiente de rozamiento dinámico  $f_1 = 2$ . El disco inicia su movimiento sobre la placa de modo que su centro está en reposo pero girando en torno a su centro a una velocidad angular  $\omega_o$ . La posición inicial del disco es tal que el punto de contacto con la placa está una distancia  $\frac{\sqrt{2}L}{6}$  del punto A. En el sistema actúa el peso, ver figura.



- a) Determine la velocidad angular  $\omega_o$  que asegura que el disco asciende por la placa de modo que nunca deja de deslizar mientras está apoyado sobre su hipotenusa. Se asumirá que la placa no vuelca.
- b) Estudie el vuelco de la placa para el movimiento considerado en la parte a) precedente.

**Ejercicio 3-** Una esfera de masa  $m$  y radio  $r$  se apoya en el interior de una guía, compuesta por dos superficies planas perpendiculares entre sí como muestra la figura. La guía, que está inclinada  $45^\circ$  respecto a un plano horizontal, está unida rígidamente a una articulación cilíndrica lisa fija cuyo eje es vertical. Se asumirá sin demostración que la esfera rueda sin deslizar apoyada en el interior de la guía. En el sistema actúa el peso, ver figura.



- Calcule la velocidad angular de la esfera en función de coordenadas angulares apropiadas.
- Determine la/s ecuación/es que permiten describir el movimiento de la esfera.
- Si la esfera inicia su movimiento desde una posición  $x_o > 0$ , en reposo relativo a la guía y estando esta última girando a una velocidad angular  $\psi_o$ , encuentre la expresión que permite determinar la posición de la esfera correspondiente a su altura mínima.

Dato:  $\frac{\partial \tan \theta}{\partial \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ .