

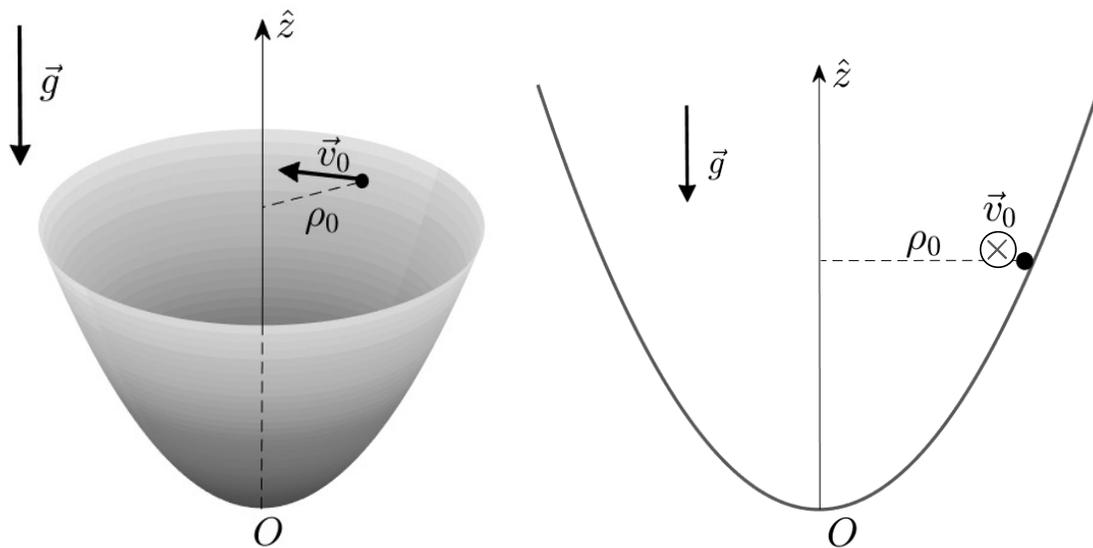
Mecánica Newtoniana

Evaluación final 2020 / Examen, 19 de agosto de 2020

- Duración de la prueba: **3 horas**.
- Mínimo para suficiencia: **un ejercicio completo y la mitad del global de la prueba**.
- Escriba por favor su *número de lista recuadrado en la parte superior izquierda de su primera hoja*.
- *Datos*:
 - Momento de inercia de un disco (homogéneo, de masa m y radio r) alrededor de un eje perpendicular a su plano y pasando por su centro: $I = \frac{1}{2}mr^2$.
 - Momento de inercia de una placa rectangular (homogénea, de masa m y lados a y b) alrededor de un eje pasando por su centro y paralelo a los lados de largo b : $I = \frac{ma^2}{12}$

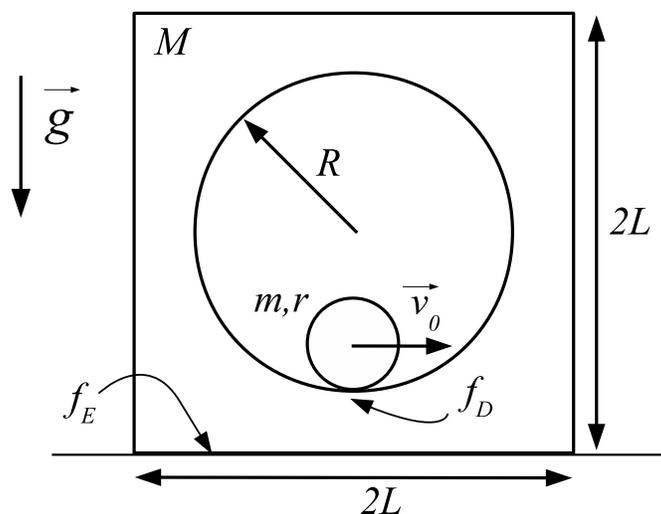
Ejercicio 1 Una partícula de masa m se mueve en contacto con la cara interna de un paraboloide de eje de revolución vertical y ecuación $z = \alpha\rho^2$ ($\alpha > 0$), siendo ρ la distancia al eje y z la altura con respecto al plano horizontal que pasa por el punto más bajo O del paraboloide. El contacto entre la masa y el paraboloide carece de fricción. Inicialmente la partícula se encuentra en $\rho = \rho_0$ con velocidad horizontal de módulo $v_0 = \sqrt{\alpha g \rho_0}$.

- a. Pruebe que tanto la componente vertical del momento angular visto desde O ($L_Z = \vec{L}_O \cdot \hat{z}$) como la energía mecánica de la partícula se conservan durante su movimiento.
- b. Muestre que la distancia ρ de la partícula al eje verifica una ecuación de la forma $\dot{\rho}^2 = f(\rho)$ y halle la distancia máxima y la distancia mínima al eje que puede alcanzar la partícula durante su movimiento.

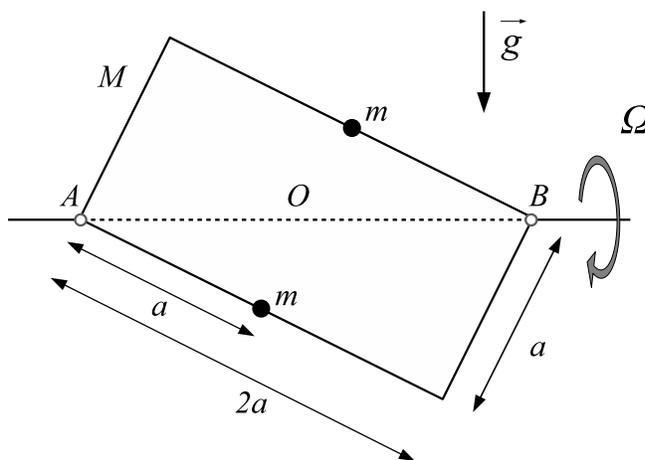


Ejercicio 2 A una placa homogénea y cuadrada -de lado $2L$ - se le ha practicado un orificio circular concéntrico de radio $R < L$. La placa hueca resultante es de masa M y permanece en reposo con uno de sus lados apoyado sobre un piso horizontal rugoso (el coeficiente de fricción estática entre estas superficies es f_E). Un disco homogéneo de masa m y radio r se mueve apoyado sobre el tramo circular de la placa hueca. El contacto entre el disco y esta superficie es rugoso, de coeficiente de fricción cinética f_D . En el instante inicial el disco se encuentra en la parte más baja del tramo circular, la velocidad de su centro apunta hacia la derecha y es de módulo $v_0 = \sqrt{g(R - r)}$ mientras que su velocidad angular es nula.

- Halle las condiciones que se deben verificar para que la placa permanezca en reposo en un entorno del instante inicial.
- Suponiendo que la placa permanece en reposo para todo instante posterior, halle las ecuaciones de movimiento del disco mientras éste desliza.



Ejercicio 3 El rígido de la figura consiste en una placa rectangular y homogénea (de centro O , masa M , lados a y $2a$) y dos masas puntuales m ubicadas sobre los puntos medios de los lados de largo $2a$ de la placa. El rígido gira con velocidad angular Ω constante alrededor de una diagonal (horizontal) de la placa que mantiene fijos sus vértices opuestos A y B mediante articulaciones esféricas lisas.



- Halle el momento angular del rígido visto desde O (escríbalo en una base solidaria al rígido).
- Halle el momento reactivo neto visto desde O y determine además la relación que debe existir entre m y M para que ese momento sea nulo.