Mecánica Newtoniana
Examen

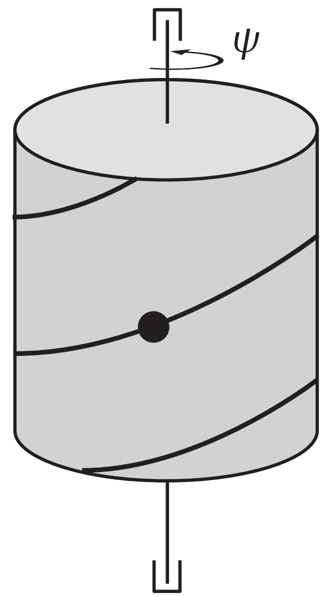
Universidad de la República
Facultad de Ingeniería – Instituto de Física

1 de agosto de 2009

Ejercicio 1

Un cilindro homogéneo de masa m, radio r y altura $2r$ gira libremente alrededor de su eje fijo vertical. Designamos con ψ a su ángulo de rotación respecto a un plano vertical fijo. Sobre su superficie se halla una guía helicoidal lisa cuyas ecuaciones, en un sistema de coordenadas cartesianas solidarias al cilindro y tales que Oz coincide con su eje y $z = 0$ corresponde a su cara inferior, son

$$\begin{aligned} x &= r\, cos\, \varphi \\ y &= r\, sen\, \varphi \\ z &= r\, \varphi \end{aligned}$$

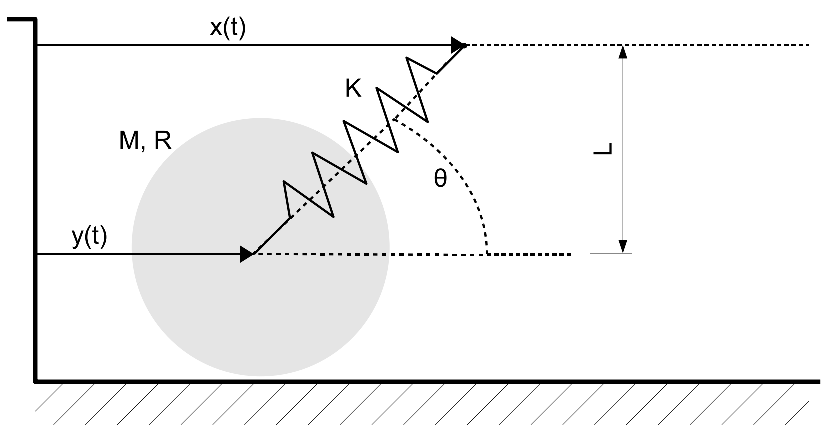


Sobre la guía corre una partícula, también de masa m. En el instante inicial la partícula se halla en el extremo inferior de la guía ($z = 0$).

1. Mostrar que la componente según el eje del cilindro del momento angular del sistema se conserva. Hallar las ecuaciones diferenciales de segundo orden que verifican ψ y φ.
2. Hallar la condición que debe satisfacer el estado de movimiento inicial para que la partícula logre salir de la guía a través de su extremo superior. En lo que sigue se supondrá que se cumple dicha condición.
3. Hallar el tiempo transcurrido entre el instante inicial y el instante en que la partícula sale.
4. Hallar la condición adicional que el estado de movimiento inicial debe satisfacer para que en el instante en que la partícula sale de la guía su velocidad absoluta sea vertical.

Ejercicio 2

Un resorte de constante elástica K y longitud natural nula se une por uno de sus extremos al centro de un disco homogéneo de masa M y radio R. El disco se apoya sobre un piso horizontal con coeficiente de rozamiento f. El otro extremo del resorte se mueve sobre una guía horizontal que se encuentra a una distancia L del centro de masa del disco.



Suponiendo conocida la ley horaria del extremo del resorte que se encuentra sobre la guía, $x(t)$:

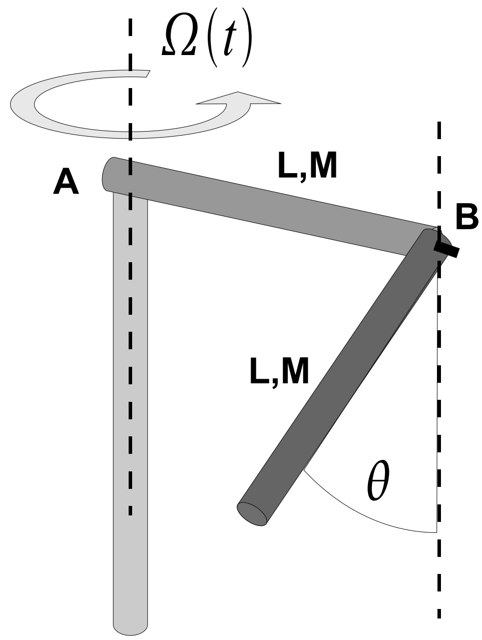
1. Encuentre las condiciones que deben cumplir el ángulo θ y los parámetros del sistema para que el disco pueda rodar sin deslizar.

2. Suponiendo que el disco rueda sin deslizar :

   a) Escriba la ecuación de movimiento del sistema. Utilice como coordenada a la componente horizontal de la posición del centro del disco.

   b) Suponiendo que $x(t) = vt + x_o$ y que inicialmente el disco se encuentra en reposo tocando la pared de la izquierda y el resorte está vertical, escriba la ley horaria del centro del disco.

Ejercicio 3



Una barra horizontal, de longitud L y masa M está obligada a girar en torno al punto A con velocidad angular $\Omega(t)$. En el extremo B de dicha barra, se encuentra un extremo de otra barra idéntica a la primera, fijada mediante una articulación cilíndrica lisa de modo que puede girar libremente entorno a B manteniéndose en el plano perpendicular a la barra horizontal. Llamamos θ al ángulo que forma la segunda barra con la dirección vertical, como se muestra en la figura.

1. Calcular la ecuación de movimiento satisfecha por el ángulo θ.
2. Suponiendo $\Omega(t) = \Omega_o$ constante, hallar las posiciones de equilibrio de la segunda barra relativas al sistema definido por la primera y el eje vertical que pasa por A. Estudiar la existencia y estabilidad de las mismas.