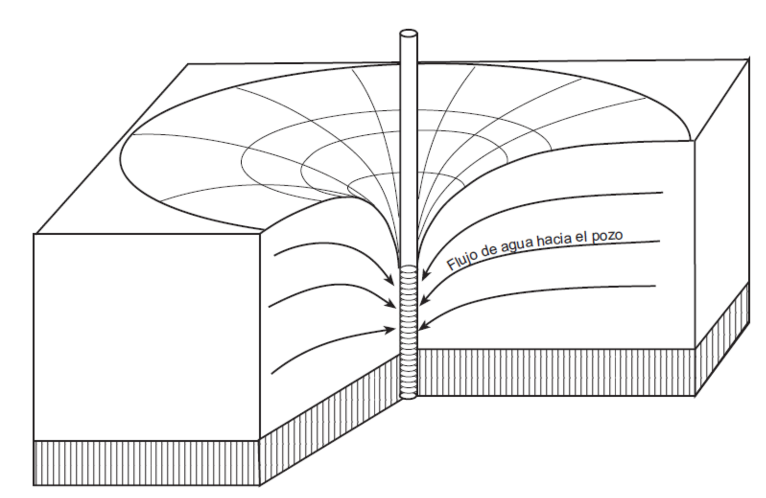
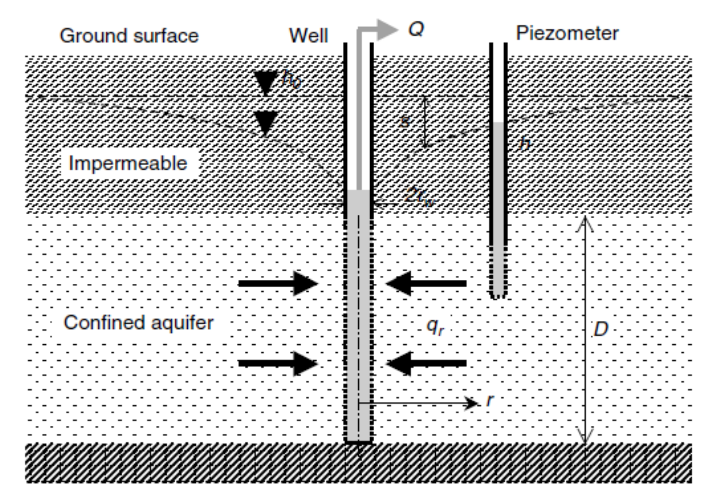
# DISEÑO HIDROLÓGICO

## HIDRÁULICA DE CAPTACIONES PARTE II




**Edición 2024**

**Alfonso Flaquer**

Instituto de Mecánica de los Fluidos e Ingeniería Ambiental (IMFIA)
Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Uruguay

aflaquer@fing.edu.uy

# HIDRÁULICA DE CAPTACIONES PARTE II

## Objetivos

- Hidráulica de Pozos
  - Acuífero Semiconfinado
  - Acuífero Libre
- Ejercicios

# HIDRÁULICA DE POZOS

## Formulaciones:

| TIPO DE ACUÍFERO | RÉGIMEN | FORMULACIÓN |
|---|---|---|
| Cautivo | estacionario | Thiem |
| | transitorio | Theis |
| | | aproximación de Jacob |
| Semiconfinado | estacionario | De Glee o Jacob-Hantush |
| | transitorio | Hantush |
| Libre sin recarga | estacionario | Dupuit |
| | | aproximación a Thiem |
| | | corrección de Jacob |
| | transitorio | fórmulas varias |
| | | aproximaciones para s chicos |
| Libre recargado uniformemente | estacionario | fórmula y aproximación para s chicos |

# TIPOS DE ACUIFEROS

Clasificación según la presión hidrostática del agua contenida:

***Acuífero libre: S***uperficie libre del agua por debajo del techo del acuífero, y por lo tanto a presión atmosférica.

***Acuíferos cautivos o confinados: A***gua sometida a una presión superior a la atmosférica.

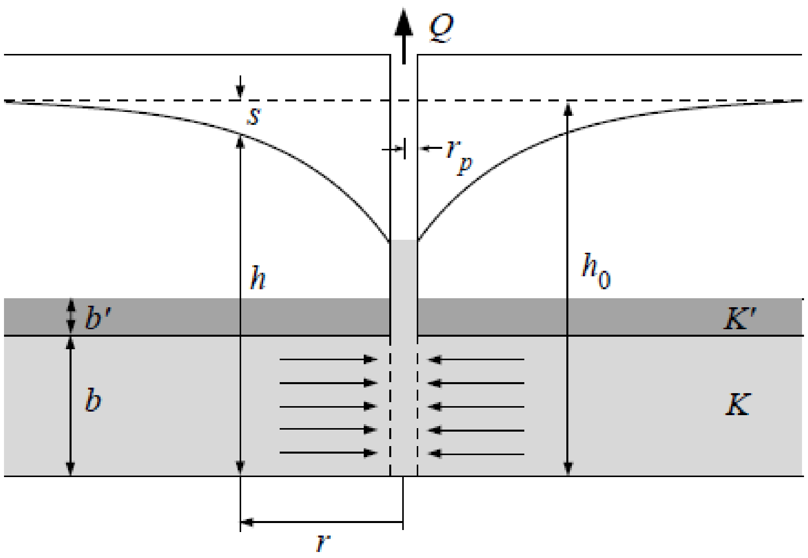
El agua ocupa la totalidad de los poros o huecos de la formación geológica que la contiene, saturándola completamente. Al perforar su techo, se observa un ascenso rápido del nivel de agua hasta la estabilización.

De acuerdo con este nivel y la posición de la cota geométrica de boca de pozo se tiene dos tipos de acuíferos: *surgentes* y *artesianos*.

***Acuíferos semicautivos o semiconfinados: A***cuíferos cautivos en los que el piso y/o el techo que los encierra no es totalmente impermeable (acuitardo). Su techo o piso permite infiltración vertical de agua lentamente y la alimentación del cuerpo principal.

# AC SEMICONFINADO - RÉGIMEN ESTACIONARIO

## Ecuación de De Glee:




- Acuífero de espesor b que está semiconfinado por un acuitardo de espesor $b´$.
- La conductividad hidráulica del acuífero es K y la del acuitardo K´.
- El nivel piezométrico inicial de ambas formaciones es $h_0$.
- Consideremos un pozo de radio $r_p$ y un bombeo Q. El flujo se desarrolla en régimen estacionario.

# AC SEMICONFINADO - RÉGIMEN ESTACIONARIO

## Ecuación de De Glee:

- Mismas asunciones del caso de pozo en acuífero confinado más las siguientes:
  - El acuífero se encuentra limitado por debajo por una capa impermeable y por encima por una capa semipermeable.
  - Por encima de la capa confinante existe un acuífero libre cuyo nivel piezométrico permanece constante antes y durante el bombeo.
  - El flujo en la capa semipermeable es vertical.

**Ecuación de flujo en coordenadas radiales:**

$$\boxed{\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial h}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} = \frac{S}{Kb}\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{N}{Kb}}$$

# AC SEMICONFINADO - RÉGIMEN ESTACIONARIO

**Ecuación de De Glee:**

- La altura piezométrica es radialmente simétrica por lo que: $\frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} = 0$

- El régimen es permanente por tanto: $\frac{\partial h}{\partial t} = 0$

$$\boxed{\frac{d^2h}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dh}{dr} + \frac{N}{Kb} = 0}$$

C. Borde:

$$\boxed{h|_{r=\infty} = h_0}$$

$$\boxed{Q|_{r=r_p} = 2\pi r_p b K \frac{dh}{dr}}$$

# AC SEMICONFINADO - RÉGIMEN ESTACIONARIO

## Ecuación de De Glee:

$$\frac{d^2h}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dh}{dr} + \frac{N}{Kb} = 0$$

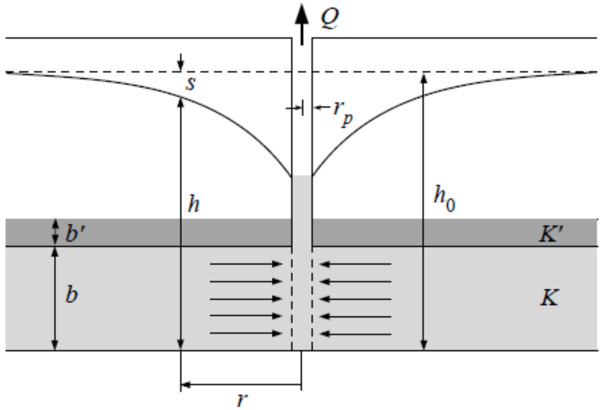
$$h|_{r=\infty} = h_0$$

$$Q|_{r=r_p} = 2\pi r_p b K \frac{dh}{dr}$$

### Ecuación de De Glee

$$s = \frac{Q}{2\pi T}\frac{K_0(r/B)}{(r_p/B)K_1(r_p/B)}$$

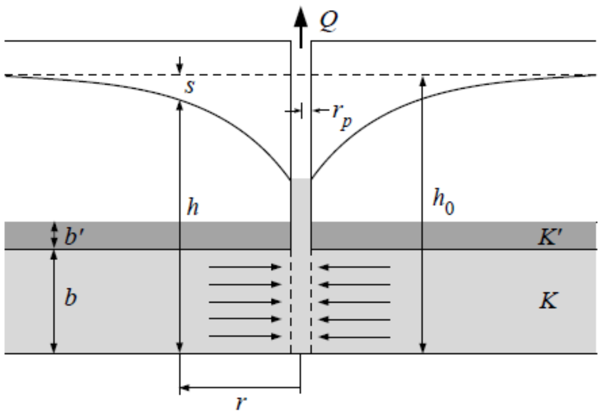
$$B = \sqrt{\frac{Kbb'}{K'}}$$




B: Factor de goteo, y $K_0$ y $K_1$ son las funciones modificada de Bessel de segunda especie y de orden uno y dos, respectivamente.

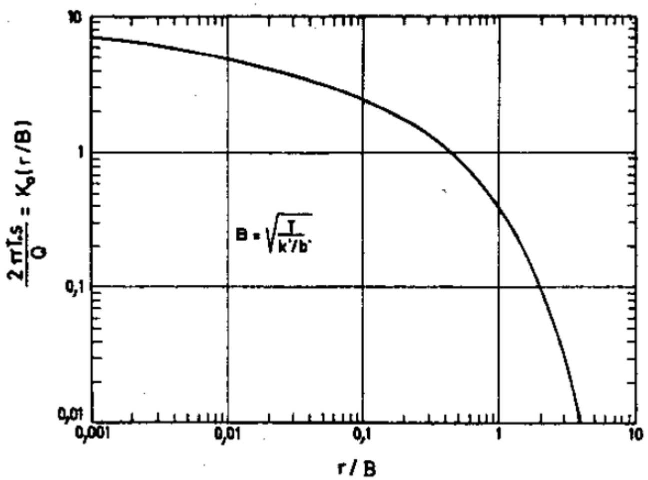
# AC SEMICONFINADO - RÉGIMEN ESTACIONARIO

## Ecuación de De Glee:




En la práctica $(r_p/B) < 0.01 \Rightarrow (r_p/B)K_1(r_p/B) \cong 1$

$$\boxed{s \cong \frac{Q}{2\pi T} K_o\left({}^{r}/_{B}\right)}$$




Función de pozo en acuífero semiconfinado en régimen permanente. Ko en función der r/B

Si r/B<0.1 puede admitirse que:

$$\boxed{s = \frac{Q}{2\pi T} \ln\left(\frac{1.123B}{r}\right)}$$

válida con un error menor al 1% para r/B<0.33.

Puede observarse que la fórmula anterior es la de Thiem si se considera $R = 1.123 \times B$

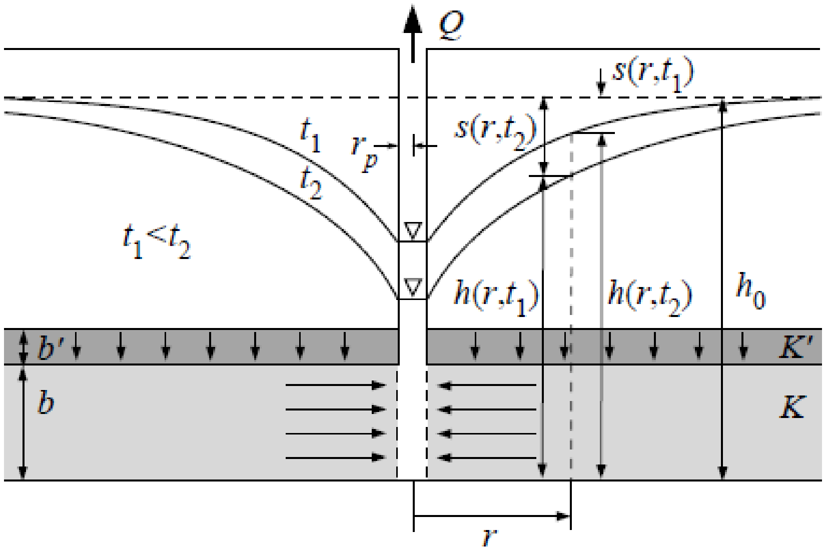
# AC SEMICONFINADO - RÉGIMEN TRANSITORIO

**Este problema fue resuelto por Hantush y Jacob en 1955 bajo las siguientes Hipótesis:**

- El acuífero confinado es homogéneo e isótropo.
- El bombeo es constante.
- Tanto el acuífero como el acuitardo son horizontales y sus espesores y conductividades hidráulicas constantes.
- El pozo es totalmente penetrante y su diámetro despreciable.
- El nivel piezométrico del acuífero libre superior permanece constante durante el bombeo.
- El agua almacenada en el acuitardo permanece constante, es decir que, el acuitardo no libera ni retiene agua.
- El flujo en el acuífero confinado es horizontal (hipótesis de Dupuit-Forchheimer) y en el acuitardo es vertical.
- Los niveles piezométricos iniciales del acuífero confinado y del acuífero libre son inicialmente idénticos.

# AC SEMICONFINADO - RÉGIMEN TRANSITORIO

## Ecuación de Hantush-Jacob:




- Acuífero espesor b semiconfinado por un acuitardo de espesor constante b´.
- La conductividad hidráulica del acuífero es K y la del acuitardo K´.
- El nivel piezométrico inicial es $h_0$.
- Consideremos un pozo de radio $r_p$ a través del cual se bombea un caudal Q. El flujo se desarrolla en régimen transitorio.

**Ecuación de flujo en coordenadas radiales:**

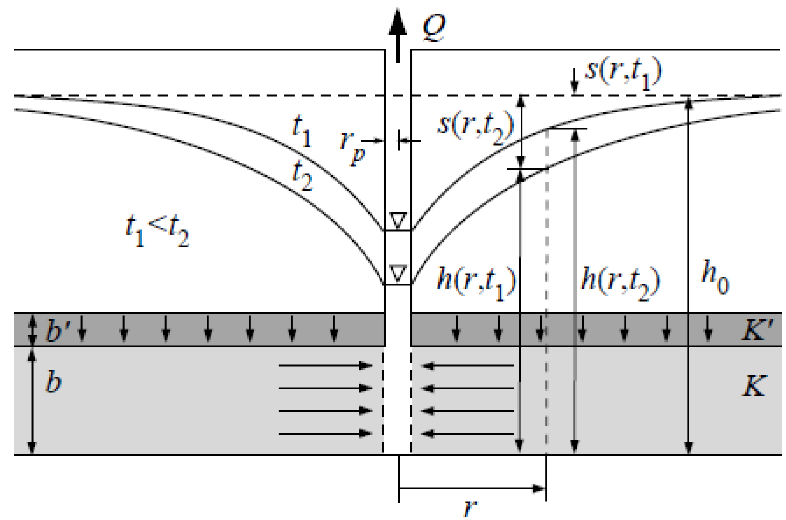
$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial h}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} + \frac{N}{Kb} = \frac{S}{Kb}\frac{\partial h}{\partial t}$$

# AC SEMICONFINADO - RÉGIMEN TRANSITORIO

## Ecuación de Hantush-Jacob :

**Ecuación de flujo en coordenadas radiales:**

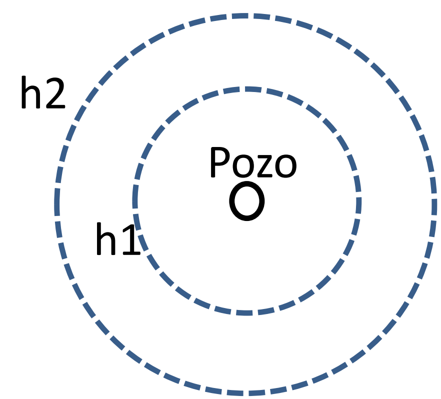
$$\boxed{\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial h}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} = \frac{S}{Kb}\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{N}{Kb}}$$




Considerando que:

- El pozo es totalmente penetrante y que los descensos son uniformes sobre el espesor del acuífero, la altura piezométrica es <u>independiente</u> del ángulo θ.

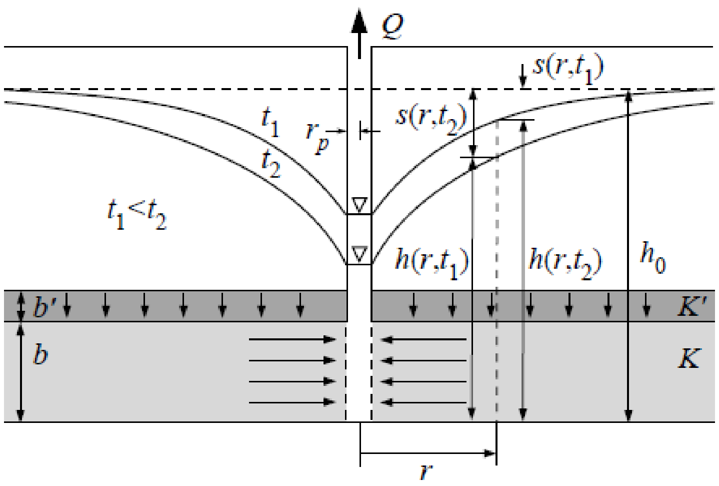
$$\frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} = 0$$




$$\boxed{\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial h}{\partial r} + \frac{N}{T} = \frac{S}{T}\frac{\partial h}{\partial t}}$$

# AC SEMICONFINADO - RÉGIMEN TRANSITORIO

## Ecuación de Hantush-Jacob:




Condiciones de Iniciales y de Contorno:

- Inicialmente los descensos son nulos en todo el acuífero

$$s(r,0) = 0$$

- Los descensos son nulos a para valores de r tendiendo a infinito

$$s(\infty, t) = 0$$

- Cerca del pozo el flujo es igual al caudal bombeado

$$\lim_{r \to 0} 2 \times \pi \times r \times k \times \frac{\partial h}{\partial r} = Q$$

La solución. Se puede mostrar que la solución a la ecuación de flujo sujeta a la condición inicial y de contorno es:

$$\boxed{s = \frac{Q}{4\pi T} W(u, {}^{r}/_{B})}$$

Donde

$$\boxed{u = \frac{r^2 S}{4Tt}} \qquad \boxed{B = \sqrt{\frac{kbb`}{k`}}}$$

$W(u, {}^{r}/_{B})$ Se denomina “función de pozo”

# HIDRÁULICA DE POZOS

## Ac. Libre vs Ac. Confinado:

Las principales diferencias en el comportamiento entre acuíferos confinados y libres cuando se bombean:

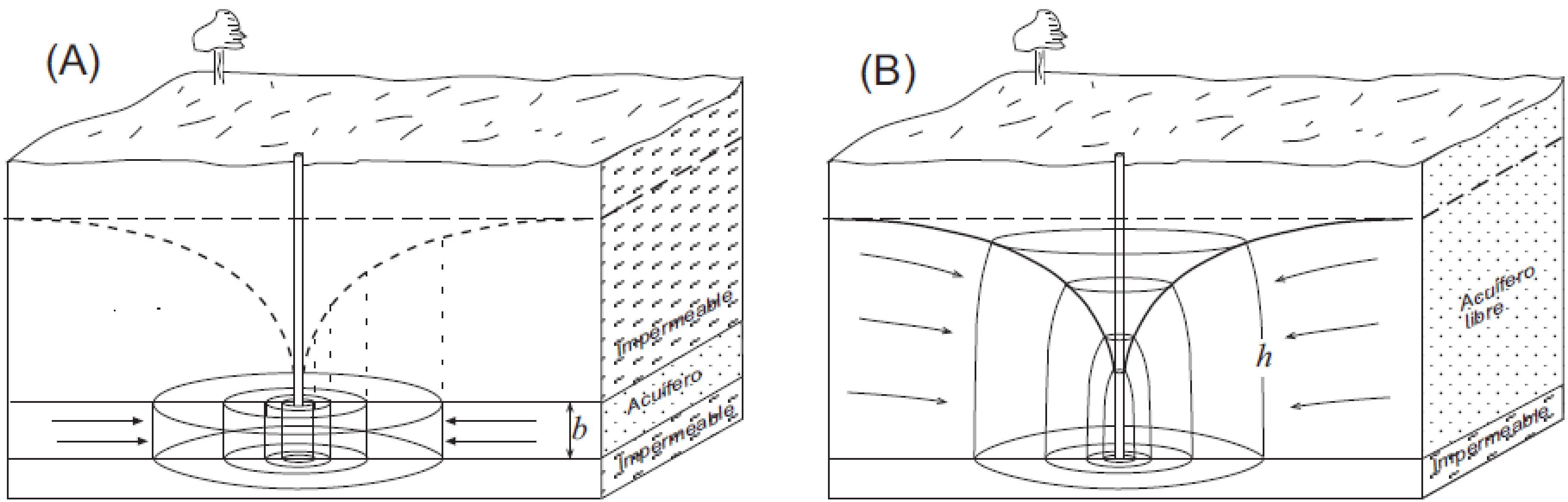
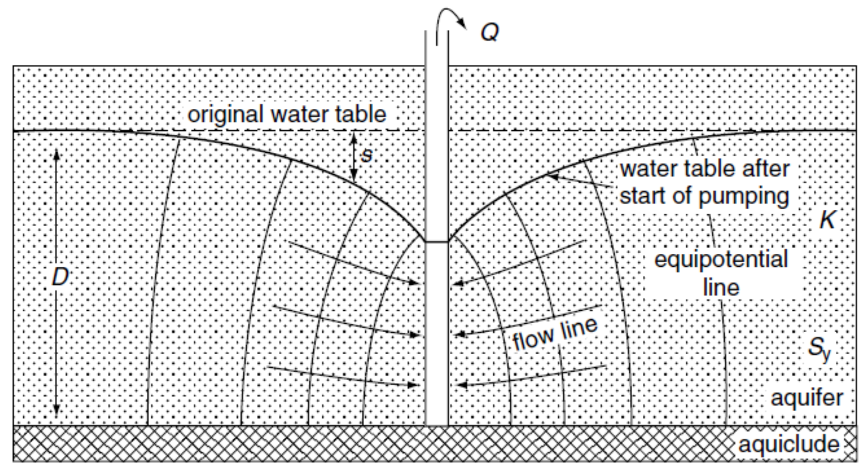



Figura 3.- **(A)** Cono de descensos y superficies equipotenciales en un acuífero **confinado**.
**(B)** Idem. en un acuífero **libre**.

# HIDRÁULICA DE POZOS

## Ac. Libre vs Ac. Confinado:




Las principales diferencias en el comportamiento entre acuíferos confinados y libres cuando se bombean:

1. Un acuífero no confinado es parcialmente "vaciado" durante el bombeo, lo que resulta en una disminución del espesor del acuífero saturado. Caso confinado, espesor saturado es constante.

2. El agua entregada por un pozo en un acuífero Libre proviene de el "vaciado" de los poros, mientras que en un acuífero confinado proviene de la expansión del agua en el acuífero debido a una reducción de la presión del agua y de la compactación del acuífero debido al aumento tensiones efectivas.

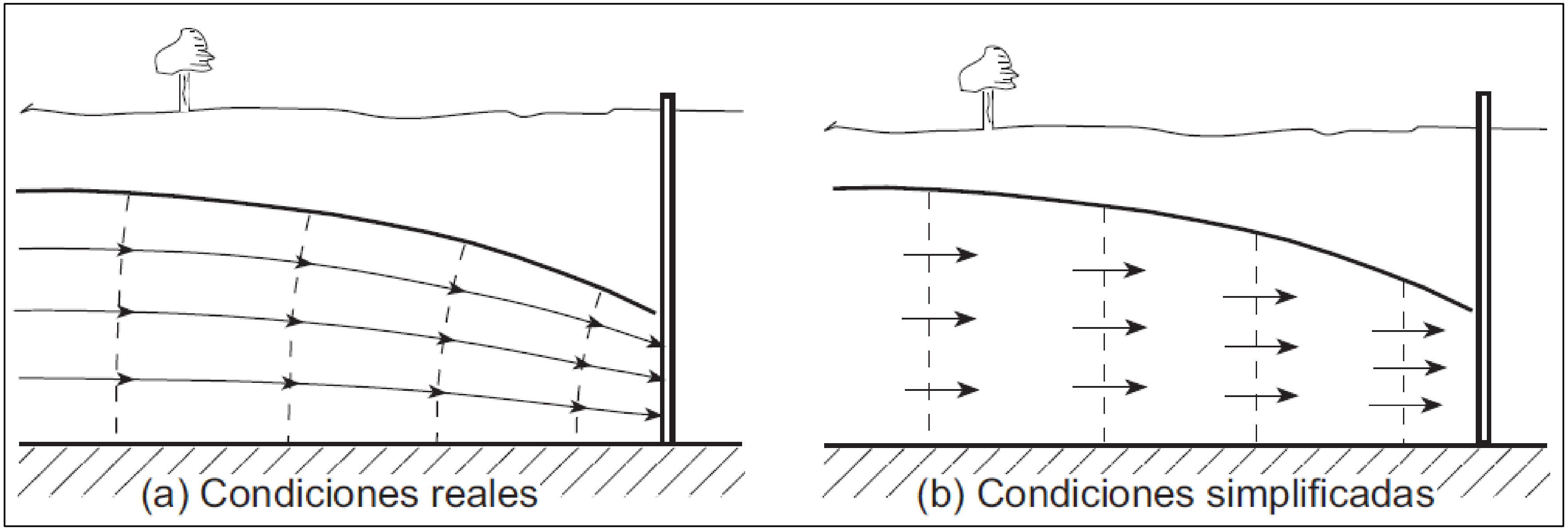
3. El flujo hacia un pozo en un acuífero Libre tiene componentes verticales cerca del pozo bombeado, mientras que en un acuífero confinado las líneas de flujo son horizontales.

# AC. LIBRE - RÉGIMEN ESTACIONARIO

## Acuífero Libre:

Para poder aplicar la formulación de Dupuit-Thiem a un acuífero, debemos admitir ciertas simplificaciones:

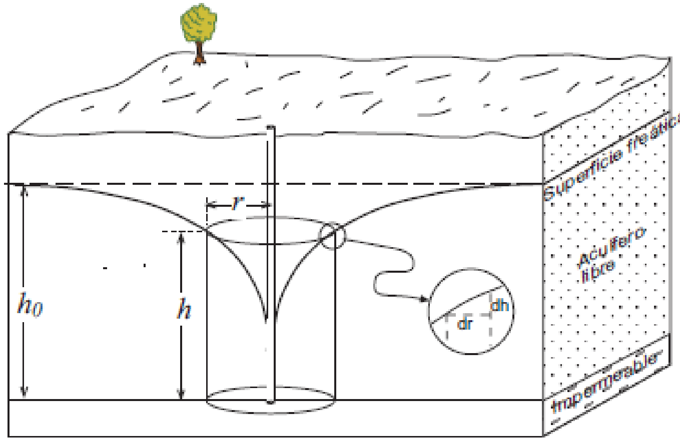
1) El flujo es horizontal
2) El gradiente es el de la superficie freática.
3) La velocidad es constante en una misma vertical



# AC. LIBRE - RÉGIMEN ESTACIONARIO

## Acuífero Libre:

Suponiendo que la sección fuera cilíndrica, repetimos el razonamiento para Ac. Confinado. Aplicando Darcy:

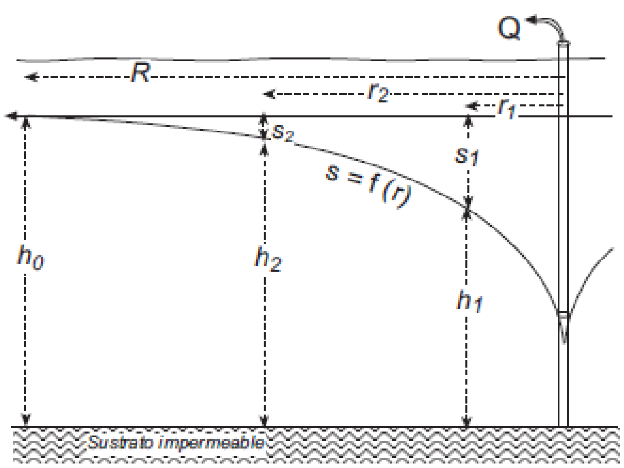



$$Q = Perímetro\ Cilindro\ \times h\ \times Velocidad$$

$$Q = 2 \times \pi\ \times r\ \times h\ \times k \times \frac{\partial h}{\partial r}$$

Integramos entre dos distancias cualesquiera $r_1$ y $r_2$:

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{2\pi k}{Q} \int_{h_1}^{h_2} h\ dh \quad \Rightarrow \quad \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{2\pi k}{Q} (h_2^2 - h_1^2)$$




Si $r2$ =R entonces $h_2$=Ho

$$\boxed{H_o^2 - H^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln\left(\frac{R}{r}\right)}$$

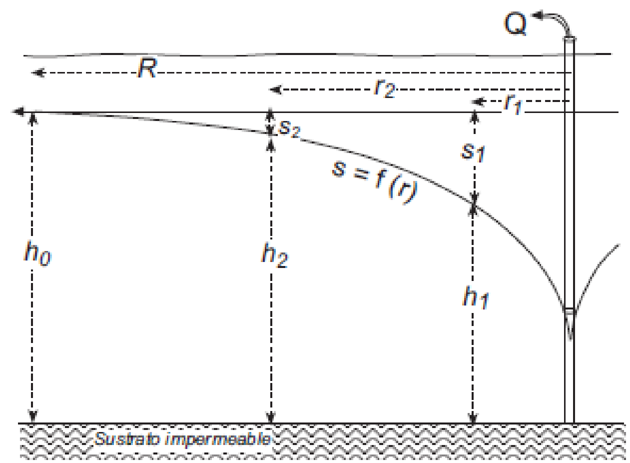
Ecuación de Dupuit

# Ac. Libre - Régimen Estacionario

## Acuífero Libre:

$$\boxed{H_o^2 - H(r)^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln\left(\frac{R}{r}\right)}$$

Ecuación de Dupuit




Si los descensos en el acuífero son pequeños en comparación con Ho

$$H_o^2 - H^2 = (H_0 + H)(H_0 - H) \approx s \times 2H_0$$

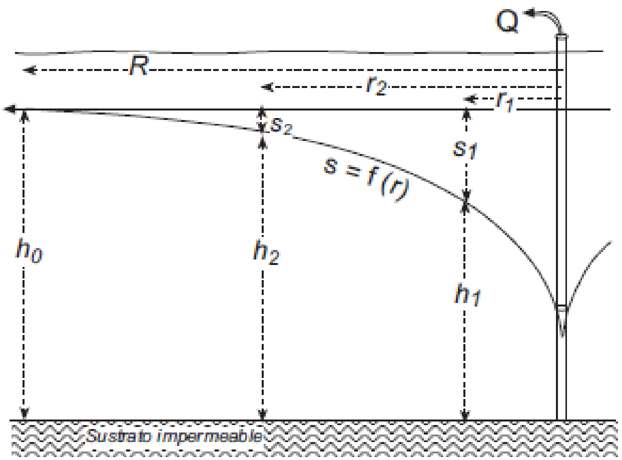
Simplificación! Introduce Error!!
El error es "aceptable" cuando s<<Ho

$$\boxed{s = \frac{Q}{2\pi k H_0} \ln\left(\frac{R}{r}\right)}$$

Equivalente a ecuación de Thiem para Ac Libre!

# Ac. Libre - Régimen Estacionario

## Acuífero Libre:




$$\boxed{H_o^2 - H(r)^2 = \frac{Q}{\pi k}\ln\left(\frac{R}{r}\right)}$$ Ecuación de Dupuit

Corrección de Jacob:

$$H_o^2 - H^2 = (H_0 - H)(H_0 + H) = (H_0 - H)\big(2H_0 - (H_0 - H)\big) = s(2H_0 - s)$$

$$\frac{H_o^2 - H^2}{2H_0} = s - \frac{s^2}{2H_0} = s_c$$

Donde $s_c$ se denomina descenso corregido. En este caso NO existe simplificación, NO se desprecia ni ningún término, NO se introduce Error!!

Con esta corrección la fórmula de Dupuit se puede escribir como:

$$\boxed{s_c = \frac{Q}{2\pi k H_0}\ln\left(\frac{R}{r}\right)}$$

**La corrección de Jacob permite tratar a un acuífero libre como uno cautivo sin más que corregir los descensos de la forma indicada.**

# AC. LIBRE - RÉGIMEN TRANSITORIO

## Acuífero Libre:

En este caso la transmisividad varía en el espacio y en el tiempo.

Al bombear un Ac. Libre el bombeo ha vaciado el volumen comprendido entre la superficie freática inicial y el cono de descensos actual; ese volumen estaba saturado de agua y después de un tiempo de bombeo sus poros se han vaciado (parte de ellos: la porosidad eficaz).

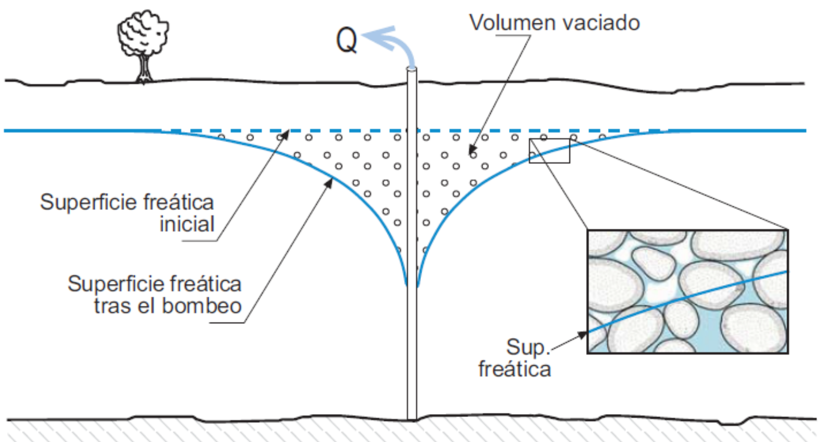



Figura 1.- Modelo simplificado: el acuífero libre entrega agua vaciando sus poros

Esta descripción es válida para explicar lo observado si hemos alcanzado el **régimen permanente**: Se ha generado un cono de descensos que tiene una forma cuya ecuación conocemos:

### Ecuación de Dupuit

$$\boxed{H_o^2 - H(r)^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln\left(\frac{R}{r}\right)}$$

### Corrección de Jacob

$$\boxed{s_c = \frac{Q}{2\pi k H_0} \ln\left(\frac{R}{r}\right)}$$

# AC. LIBRE - RÉGIMEN TRANSITORIO

## Drenaje Diferido - Acuífero Libre:

Pero si observamos la evolución de los descensos desde el comienzo del bombeo, su evolución es extraña (en la figura siguiente se bombea en P, se miden los descensos en A)

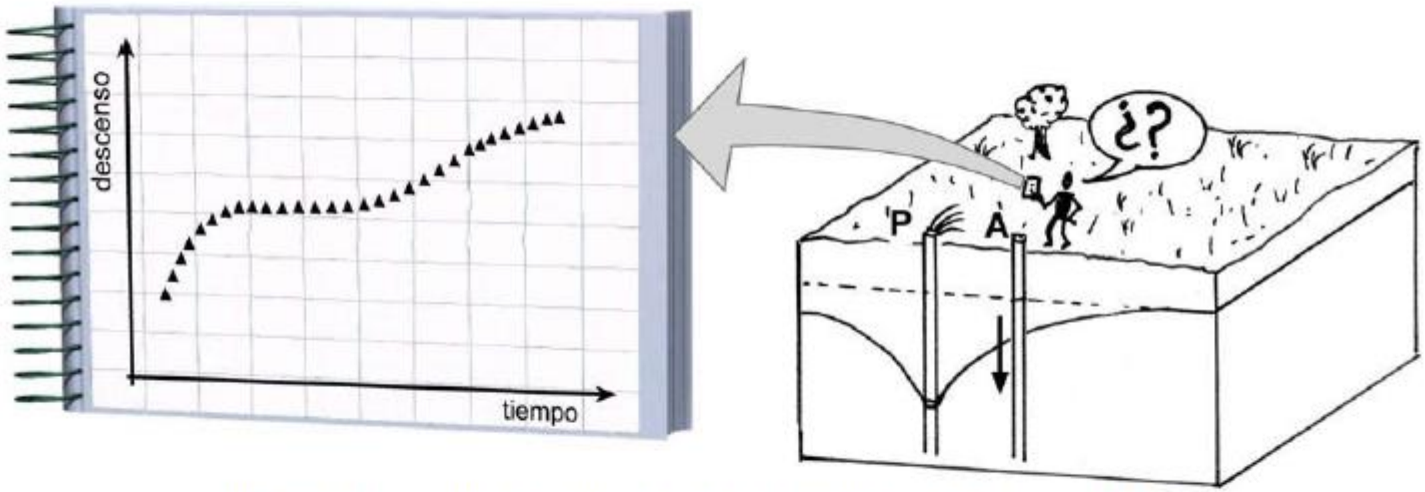



Figura 2.- La evolución de los descensos en el punto A no parece lógica

En los primeros minutos el nivel del agua en A baja deprisa, después la variación es muy lenta (parece que estamos alcanzando el régimen permanente) pero más tarde vuelve a descender con el tiempo, aunque más lentamente que al principio.

# AC. LIBRE - RÉGIMEN TRANSITORIO

## Drenaje Diferido - Acuífero Libre:

.

Para explicar estas observaciones hemos de admitir una realidad más compleja; para ello podemos distinguir tres fases en el bombeo de un acuífero libre:

### Antes del bombeo:

Sobre la superficie freática existe una franja capilar que puede tener un espesor de unos pocos milímetros en arenas gruesas hasta más de un metro en limos y arcillas.En los poros de la parte superior de esta franja capilar conviven agua y aire, pero en su parte inferior (que es la que se representa en la figura) todos los poros están llenos de agua. No obstante, esa agua está por encima de la superficie freática, ha subido contra la fuerza de la gravedad, o sea, que está a una presión inferior a la presión atmosférica.

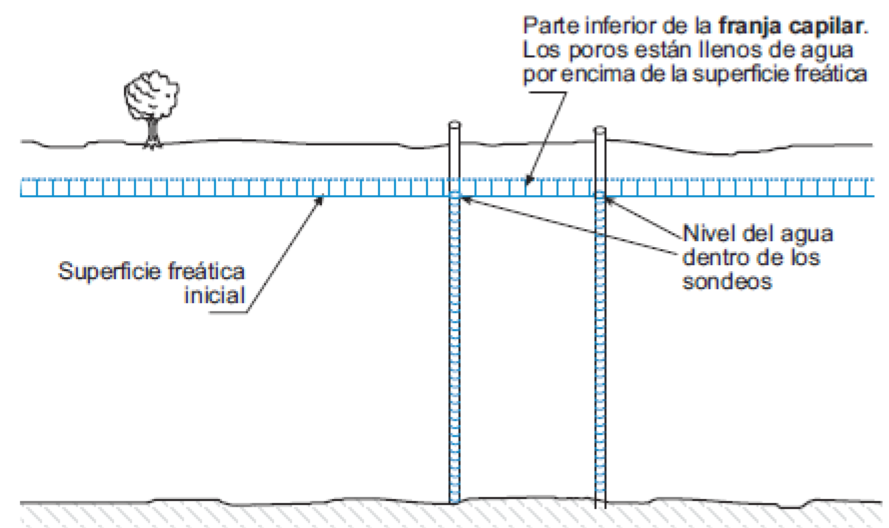


Figura 3.- Antes del bombeo

# AC. LIBRE - RÉGIMEN TRANSITORIO

## Drenaje Diferido - Acuífero Libre:

### Comienza el bombeo:

1ª etapa: Al principio (normalmente unos pocos minutos) no obtenemos agua por vaciado de los poros, sino por el mismo mecanismo que los acuíferos confinados: por la elasticidad del fluido (y del acuífero).

La superficie freática desciende (desde 1 hasta 2), pero sobre ella los poros quedan llenos de agua: el descenso de la superficie freática es tan rápido que la franja capilar no puede acompañarla.

Si medimos los descensos en el sondeo de observación A que aparece a la derecha, obtendremos una evolución igual a la obtenida en un acuífero confinado.

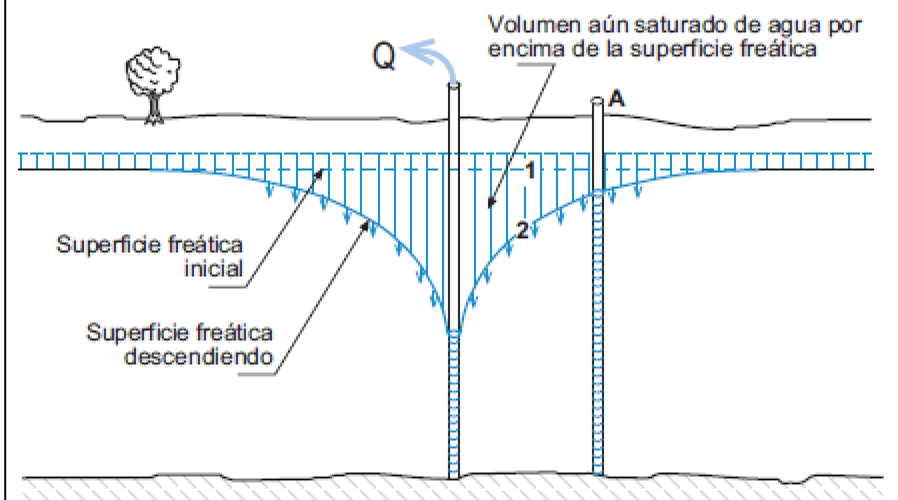


Figura 4.- Primera etapa de bombeo: el acuífero entrega agua por descompresión, como un acuífero confinado. La superficie freática desciende dejando sobre ella poros llenos de agua

# AC. LIBRE - RÉGIMEN TRANSITORIO

## Drenaje Diferido - Acuífero Libre:

2da etapa: El agua que satura los poros por encima de la superficie freática no puede resistirse más tiempo a la gravedad y comienza a caer lentamente.
Durante esta etapa, la superficie freática apenas desciende, el sondeo continúa extrayendo agua pero los descensos casi se han detenido.

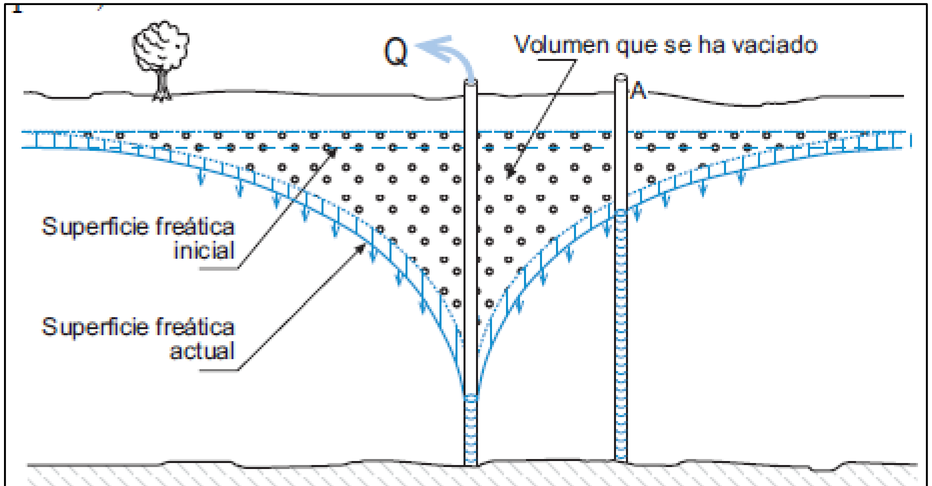



Figura 6- Tercera etapa de bombeo: el acuífero entrega agua por vaciado de poros, como un acuífero confinado. La superficie freática desciende lentamente, la franja capilar la acompaña

El agua que había quedado retenida por fuerzas capilares y ya no puede sostenerse va cayendo por gravedad lentamente y esa agua es la que alimenta el caudal bombeado. Este fenómeno se denomina <u>*drenaje diferido*</u> (delayed yield), y puede durar horas o semanas.

# AC. LIBRE - RÉGIMEN TRANSITORIO

## Drenaje Diferido - Acuífero Libre:

3era etapa: Cuando el drenaje diferido se ha agotado, comenzamos a extraer el agua contenida en la porosidad eficaz (como veíamos en el modelo simplificado de la figura 1).

Ahora la evolución es mucho más lenta que en la 1ª etapa, ya que el volumen de agua proporcionado por la porosidad eficaz es mucho mayor que el que se obtiene por el coeficiente de almacenamiento debido a la descompresión.

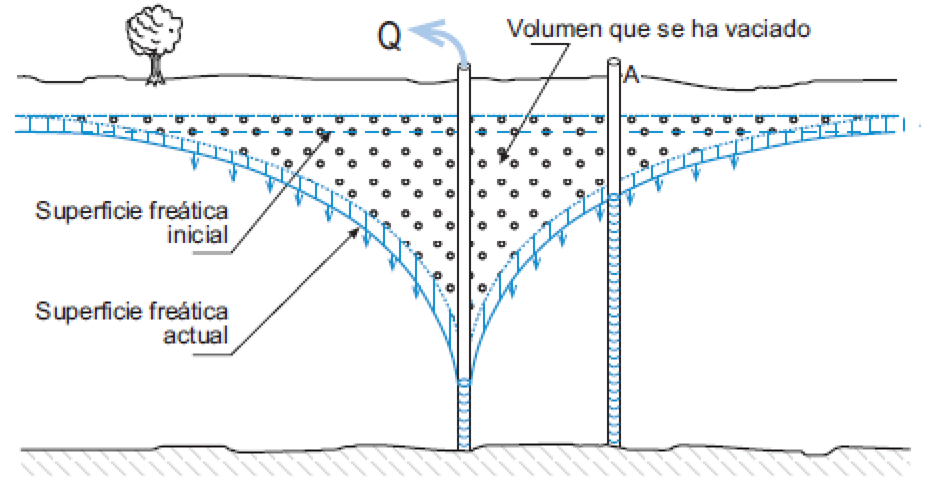


Figura 6- Tercera etapa de bombeo: el acuífero entrega agua por vaciado de poros, como un acuífero confinado. La superficie freática desciende lentamente, la franja capilar la acompaña

Este descenso lento permite que la franja capilar vaya descendiendo a la misma velocidad que lo hace la superficie freática: ya no queda agua 'colgada' por encima de la superficie freática.

# AC. LIBRE - RÉGIMEN TRANSITORIO

## Drenaje Diferido - Acuífero Libre:

Ahora podemos explicar el extraño comportamiento observado en la figura 2. Los niveles medidos en el pozo de observación A, presentará una evolución del tipo:

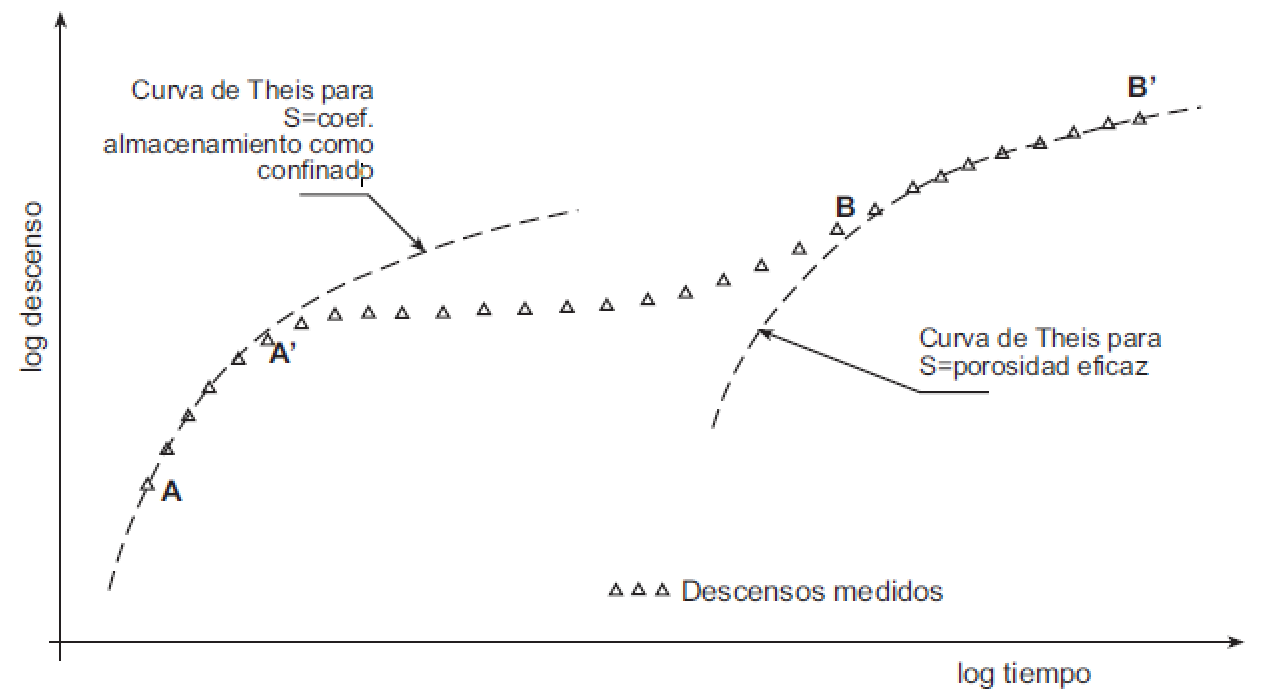



Figura 7.- Gráfico descensos tiempos en un bombeo de un acuífero libre

# AC. LIBRE - RÉGIMEN TRANSITORIO

Tramo AA': Al principio el descenso es rápido, como si se tratara de un acuífero confinado: corresponde a lo que hemos descrito arriba como "1ª etapa".

Tramo A'B: En una segunda fase vemos que el descenso casi se estabiliza, desciende muy lentamente: corresponde a la "2ª etapa" descrita.

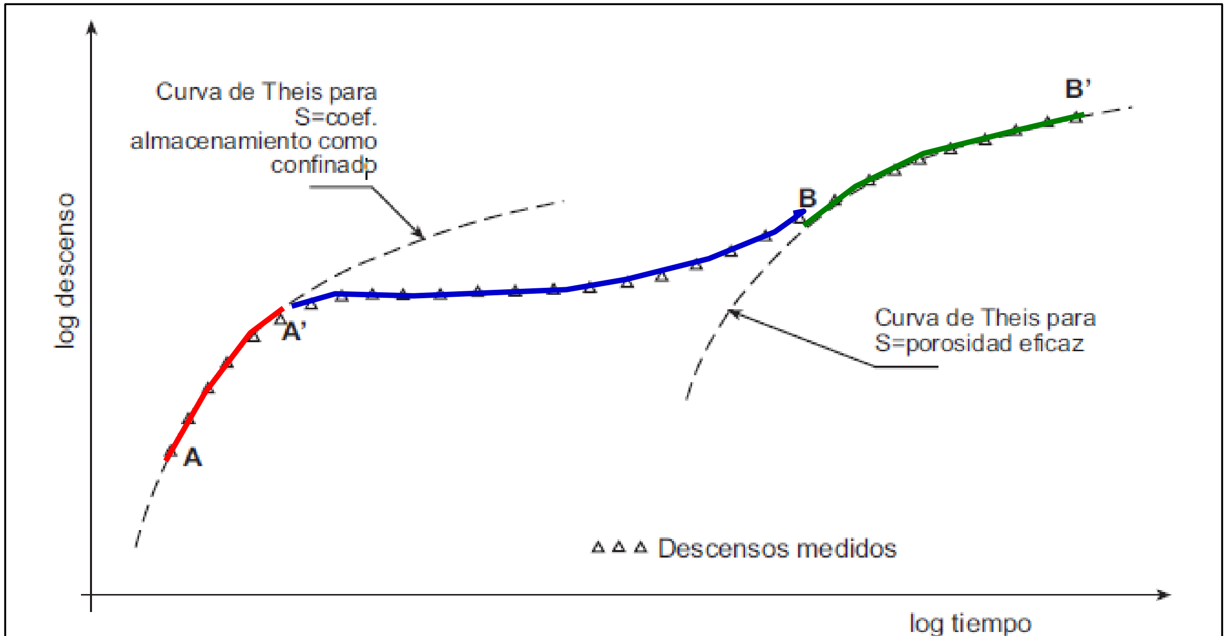


Figura 7.- Gráfico descensos tiempos en un bombeo de un acuífero libre

Tramo BB': En una tercera y última fase el nivel de nuevo baja con el tiempo, pero no tan rápido como en la primera fase; es la "3ª etapa" de la descripción anterior.

Los tramos AA' y BB' siguen una ecuación similar a la de Theis (Ac. Confinado) pero con diferentes valores para el coeficiente *S*.

- Tramo AA', *S* = coeficiente de almacenamiento por descompresión
- Tramo BB', *S* = porosidad eficaz (que es realmente el coeficiente de almacenamiento cuando extraemos agua por vaciado de los poros).

# AC. LIBRE - RÉGIMEN TRANSITORIO

## Ecuación de Descensos - Acuífero Libre:

Encontrar una solución analítica (una fórmula) que refleje este proceso es más complejo que en acuíferos confinados (Theis) y semiconfinados (Hantush).

Neuman (1972, en Freeze y Cherry, 1979; Fetter, 2001; Schwartz y Zhang, 2003) enunció la siguiente ecuación, similar a la de confinados y semiconfinados excepto por la función W(u):

$$\boxed{s = \frac{Q}{4\pi T} W(u_A, u_B, \beta)}$$

$$\beta = \frac{r^2 K_v}{b^2 K_h} \qquad u_A = \frac{r^2 S}{4tT} \qquad u_B = \frac{r^2 S_y}{4tT}$$

Donde:

- ***s*** = descenso a una distancia ***r*** transcurrido un tiempo ***t***
- *Q* = caudal de bombeo
- *T* =transmisividad del acuífero
- $K_v$= conductividad hidráulica vertical
- $K_v$= conductividad hidráulica vertical
- *S* = coeficiente de almacenamiento elástico, por descompresión
- $S_y$= porosidad eficaz (*Specific Yield* )
- *W* = función tabulada en función de $1/u_A$ y de $1/u_B$

# AC. LIBRE - RÉGIMEN TRANSITORIO

## Ecuación de Descensos - Acuífero Libre:

$$\boxed{s = \frac{Q}{4\pi T} W(u_A, u_B, \beta)}$$

$$\beta = \frac{r^2 K_v}{b^2 K_h} \quad u_A = \frac{r^2 S}{4tT} \quad u_B = \frac{r^2 S_y}{4tT}$$

Para la primera fase del bombeo:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u_A, \beta)$$

Para la tercera fase del bombeo:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u_B, \beta)$$

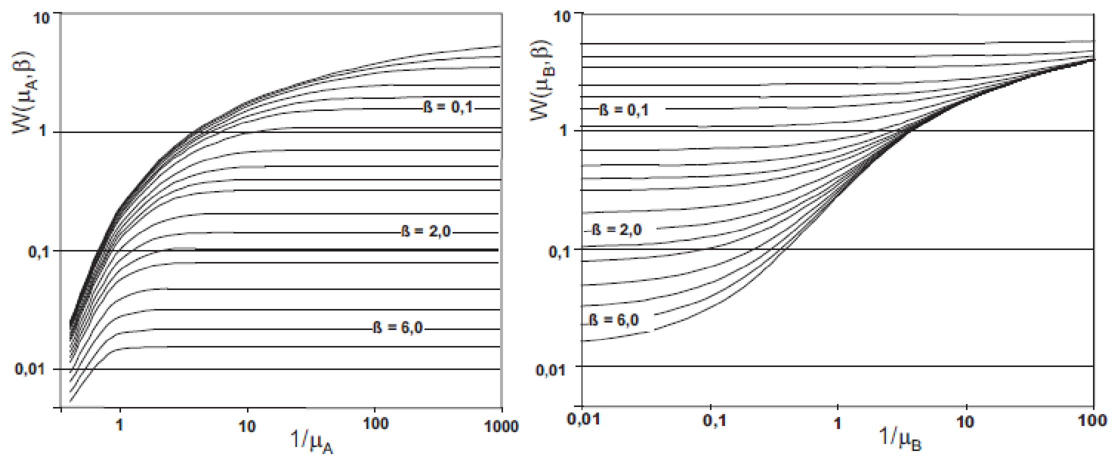



Figura 8.- Gráficos necesarios para la interpretación de un bombeo de ensayo

# AC. LIBRE - RÉGIMEN TRANSITORIO

## Ecuación de Descensos - Acuífero Libre:

En el gráfico izquierdo dentro de la variable $u_A$ va incluido el coeficiente de almacenamiento *S*, que indica el agua liberada por almacenamiento elástico.

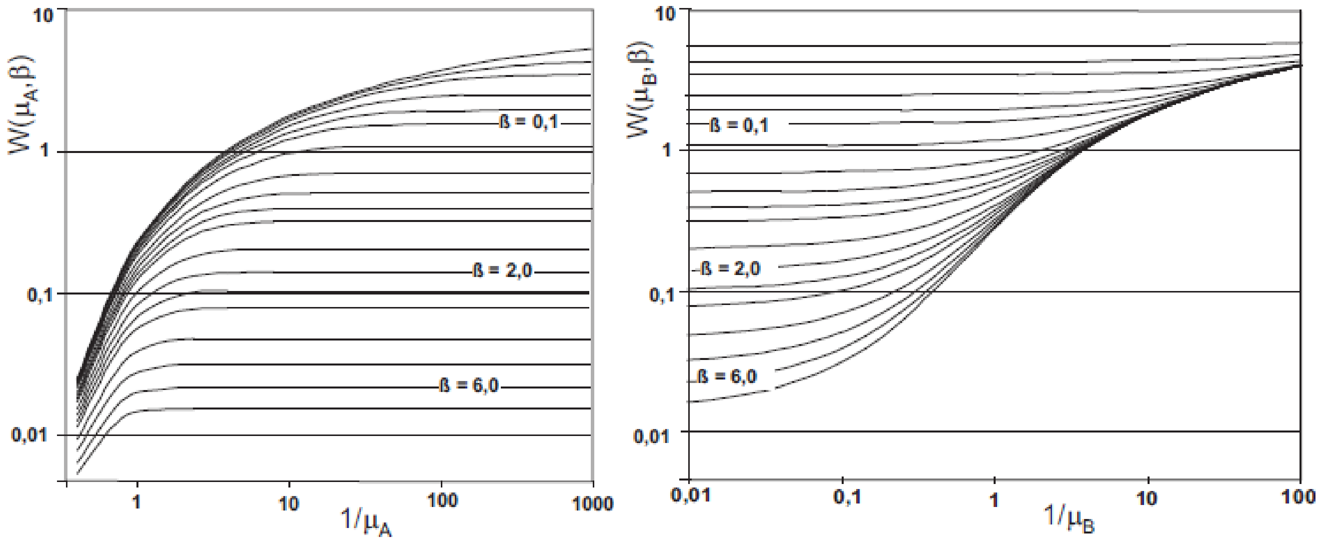


Figura 8.- Gráficos necesarios para la interpretación de un bombeo de ensayo

En el gráfico derecho dentro de la variable $u_B$ va incluida la porosidad eficaz (*specific yield*, o coeficiente de almacenamiento del acuífero libre, que refleja el vaciado de los poros.

# AC. LIBRE - RÉGIMEN TRANSITORIO

## Ecuación de Descensos - Acuífero Libre:

### Otras Formulaciones:

- Si los descensos no son grandes en comparación con el espesor del acuífero, se pueden aplicar las **fórmulas de Theis ($s/Ho < 0.02$) y Jacob con $T = k \times Ho$ y S la porosidad eficaz (se debería corregir pero no se tiene gran error), se trata como un confinado.**

$$\boxed{s = \frac{Q}{4\pi T} Ln\left(\frac{2.25Tt}{r^2 S}\right)}$$

**Simplificación de Jacob de la fórmula de Theis**

- Se puede aplicar la **corrección de Jacob** si $s/Ho < 0.25$ (ya que "u" se ve afectado por la transmisividad T). Si

$$\boxed{s_c = s - \frac{s^2}{2H_0}}$$

$$\boxed{s_c = \frac{Q}{4\pi T} W(u)}$$

$$\boxed{u = \frac{r^2 S}{4kH_0 t}}$$