Ejercicios de entropía diferencial

① 8.1 de Cover & Thomas

② 8.3

③ Sean X e Y variables aleatorias continuas con distribución $X \sim U[0,a]$ $Y \sim [0,b]$

1- ¿Cuál es el soporte de (X,Y)?

Se desea cuantificar X e Y con n y m bits de precisión respectivamente.

2- Dibujar la región de soporte de (X,Y) y su cuantificación.

3. Dar la expresión para las variables discretas X^Δ e Y^Δ, producto de la cuantificación.

4- Relacionar $H(X,Y)$ con $H(X^\Delta, Y^\Delta)$

5- ¿Cuántos dígitos se requieren para cuantificar (X,Y) con $n+m$ bits?

④ Sea Z una variable aleatoria continua, ≥ 0, con densidad de probabilidad exponencial de media λ, $g(z) = \dfrac{e^{-z/\lambda}}{\lambda}$.

1- Verificar que $\int_S g(z)\,dz = 1$ y que la media es λ.

2- Calcular la entropía diferencial $h(Z)$.

3- Sea W una variable aleatoria no negativa con función densidad de probabilidad $f(w)$ de media λ.

Ej (7) pregunta 2 continuación

Mostrar que $h(W) \leq h(Z)$. En otras palabras, la función densidad de probabilidad exponencial maximiza la entropía diferencial para variables no negativas con una media dada.

3 - Sea Y la salida de un canal con ruido aditivo independiente exponencial de media λ y entrada no negativa con restricción de media μ, es decir:

$Y_i = X_i + Z_i$, donde los Z_i son iid distribuidos según g

$X_i \geq 0$

$E[X_i] \leq \mu$.

Probar que la capacidad del canal satisface

$$C \leq \log\left(1 + \frac{\mu}{\lambda}\right)$$