Facultad de Ingeniería
IMERL
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA
Curso 2024
Práctico 11

Pruebas de hipótesis paramétricas

Ejercicio 1

La siguiente tabla registra los niveles de cloro en sangre de una muestra de 10 pacientes de una cínica, medido en milimoles por litro.

101,99	106,64	103,36	109,54	103,99
107,32	106,55	103,7	100,57	105,85

1. Asumiendo que los datos tienen distribución normal con media μ y desvío $\sigma = 2,5$, implemente la siguiente prueba de hipótesis:

$$\begin{cases} H_0: & \mu = 104 \text{ mg/dl} \\ H_1: & \mu > 104 \text{ mg/dl.} \end{cases}$$

   Nota: Trabaje al nivel $\alpha = 0,05$

2. Sabiendo que el verdadero valor de μ es 106 mg/dl, calcular la potencia de la prueba.

Ejercicio 2

Se dispone de la siguiente muestra

7.24	1.91	1.58	3.81	5.36	2.37
1.86	1.63	3.26	1.91	3.96	1.54

1. Asumiendo que los datos tienen distribución normal con media μ y desvío $\sigma = 2$, implemente la siguiente prueba de hipótesis:

$$\begin{cases} H_0: & \mu = 4 \\ H_1: & \mu < 4 \end{cases}$$

   Nota: Trabaje al nivel $\alpha = 0,05$

2. Sabiendo que el verdadero valor de μ es 3, calcular la potencia de la prueba.

Ejercicio 3

En años recientes los granjeros suecos fumigaron sus campos sembrados de cereales con un fungicida que contenía metil de mercurio. Para tener una estimación del grado de contaminación inducido a productos comestibles, se realizó un estudio sobre el nivel de mercurio de los huevos producidos en Suecia. Para tal fin se tomó una muestra aletoria de 1600 huevos y se observó que 940 de ellos estaban contaminados (esto es, tenían un nivel de metil de mercurio superior al máximo tolerado). En lo que sigue, denotamos por p a la proporción de huevos contaminados.

a) Construya un intervalo de confianza 90 % aproximado para p.

b) Realice una prueba de hipótesis al nivel $\alpha = 0,10$ para decidir entre las siguientes hipótesis:

$$\begin{cases} H_0: & p = 0,6 \\ H_1: & p < 0,6 \end{cases}$$

c) Sabiendo que el verdadero valor de p es 0,55, calcule la potencia de la prueba.

Ejercicio 4
Se consideran 16 mediciones de una cierta concentración. Puede suponerse que las mediciones $X_1, \ldots, X_{16}$ siguen el modelo: $X_i = \mu + e_i$, donde $e_1, \ldots, e_{16}$ $iid \sim N(0, \sigma^2)$.

1. Si la muestra es:

0.50	0.38	0.61	0.44	0.53	0.42	0.43	0.47
0.58	0.36	0.55	0.51	0.57	0.59	0.46	0.48

   Hallar un intervalo de confianza 95 % para μ.

2. Se quiere probar la hipótesis que $\mu = 0{,}50$ ¿Cuál es su decisión para $\alpha = 0{,}05$?

3. Para la prueba anterior calcule el p-valor α^* ¿Cuál es su decisión final? ¿Puede determinar la probabilidad de error en su decisión?

Ejercicio 5
En 10 vacas afectadas por la tuberculosis se determinó el porcentaje de un cierto nutriente en la leche.
Los resultados fueron los siguientes:

$$5,9 \quad 6,5 \quad 5{,}1 \quad 5{,}2 \quad 6{,}3 \quad 6{,}1 \quad 6{,}6 \quad 6{,}4 \quad 4{,}8 \quad 5{,}7$$

Si el porcentaje medio del nutriente en las vacas sanas es 6, asumiendo que los datos son normales, realice una prueba de hipótesis para estudiar si el porcentaje medio del nutriente en las vacas enfermas es más bajo que las vacas sanas.

Ejercicio 6
Se debe reparar una máquina en una fábrica cuando produce más de 10 % de piezas defectuosas en un lote grande de artículos producido diariamente. Una muestra aleatoria de 100 artículos de la producción del día contiene 15 piezas defectuosas y el supervisor dice que se debe reparar la máquina. Contrastar la hipótesis nula "la proporción de piezas defectuosas es menor o igual al 10 %" contra la hipótesis alternativa "la proporción de piezas defectuosas es mayor que el 10 %".

Ejercicio 7
Se toma una muestra aleatoria de n habitantes de una ciudad muy grande, en la que una proporción p de personas padecen cierta enfermedad.

1. Si n = 400 y se encuentran 165 personas enfermas, estimar p y construir un intervalo de confianza 95 % para p.

2. Hacer una prueba de hipótesis para decidir si $p = 0{,}40$

Ejercicio 8
Se considera la muestra i.i.d. $X_1, \ldots, X_{200}$ proveniente de una distribución $U(0, b)$, tal que: $\sum_{i=1}^{200} X_i = 928{,}68$ y $\sum_{i=1}^{200} X_i^2 = 5726{,}77$.

a) Encuentre un intervalo de confianza asintótico al nivel 0.90 para $m = E(X)$.

b) Si los datos provienen de una distribución $U(0, b)$, trabajando con $\alpha = 0{,}05$ encuentre la región de rechazo del test $\left\{ \begin{array}{ll} H_0: & b = 10 \\ H_1: & b < 10 \end{array} \right.$ (Sugerencia: recuerde que si $X \sim U(a, b)$ entonces $E(X) = \frac{a+b}{2}$).