Teoría de Lenguajes

Propiedades de los
Lenguajes Libres de Contexto

Pumping Lema II

(ya lo vimos)

H) *L* es un Lenguaje Libre de Contexto

T) $\exists\ n \in \mathbb{N}\ /\ \forall\ z \in L \wedge |z| \geq n\ \ \exists$ (al menos una) descomposición de z en

$z = uvwxy$ /

i) $|vwx| \leq n$

ii) $|vx| \geq 1$

iii) $\forall\ i \geq 0,\ z_i = uv^iwx^iy \in L$

(aplicación en la práctica → contrarecíproco del PL)

Propiedades de Clausura

Los lenguajes libres de contexto son cerrados bajo:

1) Unión
2) Concatenación
3) Clausura de Kleene
4) Reverso
5) Sustitución
6) Homomorfismo
7) Homomorfismo Inverso

Los lenguajes libres de contexto NO son cerrados bajo:

8) Intersección
9) Complemento

Si se cumple que:

10) Si L es LC y R Regular $\Rightarrow$ $L \cap R$ es LC

Ejemplo

Sea el lenguaje

$$L = \{ 0^k 1^j 2^r 3^t \ / \ \text{si } k > 0, j=r=t \geq 0\}$$

- Intuitivamente creemos – en base a lo que estuvimos comentando antes – que NO es un lenguaje libre de contexto e intentaremos probarlo por el contrarrecíproco del PL
- Tomando N como cte del PL
  - Se puede tomar:
    - $z = 0^k 1^N 2^N 3^N$
    - $z = 1^N 2^N 3^N$

Lema de Ogden

H) *L* es un Lenguaje Libre de Contexto

T) $\exists$ n $\in \mathbb{N}$ / $\forall$ z $\in$ *L* con n o más “posiciones distinguidas”

$\exists$ una descomposición de z en z = uvwxy /

i) *cant_dist*(vwx) $\leq$ n [*cant_dist*: T* → $\mathbb{N}$]

ii) *cant_dist*(vx) $\geq$ 1

iii) $\forall$ $i \geq 0$, $z_i = uv^i w x^i y \in L$

Contrarecíproco del Lema de Ogden

H) Sea un lenguaje *L*

$\forall$ **n** $\in \mathbb{N}$ / $\exists$ z $\in$ *L* con **n** o más "posiciones distinguidas" donde $\forall$ descomposición de z = uvwxy , alguna de estas tres condiciones no se cumple:

i) *cant_dist*(vwx) $\leq$ **n**

ii) *cant_dist*(vx) $\geq$ 1

iii) $\forall\ i \geq 0, z_i = uv^iwx^iy \in L$

T) *L* no es un LLC

El Pumping Lema es un caso particular del Lema de Ogden donde TODA la tira es distinguida

Aplicación

Sea el lenguaje

$$L = \{ 0^k 1^j 2^r 3^t \ / \ \text{si } k > 0, j=r=t \geq 0 \}$$

Pasos:

1.- Fijar un **N** (positivo y arbitrario)
2.- Elegir una tira $z \in L$, en función de **N** y distinguimos al menos **N** símbolos
3.- Se hacen todas las descomposiciones de z que cumplan:

i) *cant_dist*(vwx) ≤ N y ii) *cant_dist*(vx) ≥ 1 ;

4.- Se busca para cada caso, un $i \geq 0$ de manera que $uv^iwx^iy \notin L$
5.- Si se logra, agregar una cláusula que indique que se han considerado todas las descomposiciones que cumplen i) y ii) - ver lo que dice el paso 3)
6.- Finalmente entonces se puede afirmar que L NO es un lenguaje libre de contexto

Aplicación

$L = \{ 0^k 1^j 2^r 3^t \ / \ si\ k > 0, j=r=t \geq 0\}$

1.- Fijamos un **N** (positivo y arbitrario)
2.- Elegimos una tira z ∈ L, en función del **N** y distinguimos al menos N símbolos

$z = 0^k 1^N 2^N 3^N$ y se distinguen por ejemplo los **1's**

3.- Se hacen todas las descomposiciones de z que cumplan:

i) *cant_dist*(vwx) ≤ N y ii) *cant_dist*(vx) ≥ 1

Notar que **v** y/o **x** siempre van a contener algún **1**

4.- Se busca para cada caso, un i≥0 de manera que $uv^iwx^iy \notin L$

5.- Si se logra, agregar la clúasula de clausura y finalmente decir que L NO es un lenguaje libre de contexto

Aplicación

$z = 0^k\, 1^N\, 2^N\, 3^N$ y se <u>distinguen</u> por ejemplo los **1's**

i) *cant_dist*(vwx) ≤ N y ii) *cant_dist*(vx) ≥ 1

Familias (o casos)	0^k	1^N	2^N	3^N
1)	v	v x		
2)	v x	x	x	
3)	v x	x	x	x
4)	v	v	x	x
5)		v	v x	
6)			v x	
7)			v	v x
...				