Optimización bajo Incertidumbre.

Solución - Prueba final 9/6/15

1) Ver cap. Teoría.

2) Ver cap. Teoría.

3)

3.a) WS

Se resuelve el problema según escenarios

1) $\xi_1 = 1$

$$z := \min\ x + (1)y$$
$$\text{s.a}\ \ 1 - x \leq y$$
$$x, y \geq 0$$

Sols. Opt. $\begin{cases} (x^*, y^*) = (0,1) \\ z^* = 1 \\ \hline (x^*, y^*) = (1,0) \\ z^* = 1. \end{cases}$

2) $\xi_2 = 2$

$$z := \min\ x + (2)y$$
$$\text{s.a}\ \ 2 - x \leq y$$
$$x, y \geq 0$$

Sol. Opt. $\begin{cases} (x^*, y^*) = (2, \\ z^* = 2 \end{cases}$

$$\therefore WS = \frac{2}{3}(1) + \frac{1}{3}(2) = \boxed{\frac{4}{3}}$$

3.b) RP:

$$\min x + \frac{2}{3}(1)y_1 + \frac{1}{3}(2)y_2$$
$$1 - x \leq y_1$$
$$2 - x \leq y_2$$
$$x, y_1, y_2 \geq 0$$

Sol. Optima. $(x^*, y_1^*, y_2^*) = (1, 0, 1)$

$$RP = \boxed{\frac{5}{3}}$$

3.c) $\bar{\xi} = 1\left(\frac{2}{3}\right) + 2\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{3}$

EV: $\min x + \frac{4}{3}y$ s.a $4/3 - x \leq y$, $x, y \geq 0$ → Sol. Opt → $(x^*, y^*) = (4/3, 0)$, $BV = 4/3$

EEV: $\min 4/3 + \frac{2}{3}(1)y_1 + \frac{1}{3}(2)y_2$
s.a. $1 - 4/3 \leq y_1$
$2 - 4/3 \leq y_2$

sol. opt. $(x^*, y^*) = (0, 2/3)$

Val. opt. $4/3 + \frac{1}{3}(2)\left(\frac{2}{3}\right) = \boxed{\frac{16}{9}}$

3.d) EVPI: $RP - WS = \frac{5}{3} - \frac{4}{3} = \boxed{\frac{1}{3}}$

VSS: $EEV - RP = \frac{16}{9} - \frac{5}{3} = \boxed{\frac{1}{9}}$

) Ver cap. Introducción pp. 30-32

5) Se tiene que

$$Q(x,\xi) = 30\max\{0, 20-\xi x\} - 10\max\{\xi x - 20, 0\}$$

Aplicando esperanza sobre ξ.

$$Q(x) = \mathbb{E}Q(x,\xi) = 30\,\mathbb{E}_\xi \max\{0, 20-\xi x\} - 10\,\mathbb{E}_\xi \max\{\xi x - 20, 0\}$$

Dado que $\xi \sim U[2,3]$, su func. de densidad: $f(\xi) = \frac{3-2}{1} = 1$

$$\therefore Q(x) = 30\int_2^{\frac{20}{x}} (20-\xi x) f(\xi)\, d\xi - 10\int_{\frac{20}{x}}^{3} (\xi x - 20) f(\xi)\, d\xi$$

$$Q(x) = 30\left[20\xi - \frac{\xi^2}{2}x\right]_2^{\frac{20}{x}} - 10\left[\frac{\xi^2}{2}x - 20\xi\right]_{\frac{20}{x}}^{3}$$

$$Q(x) = 30\left[\frac{20^2}{x} - \frac{20^2}{2x^2}\cancel{x} - 20(2) + \frac{2^2}{2}x\right] - 10\left[\frac{3^2}{2}x - 20(3) - \frac{20^2}{2x^2}\cancel{x} + \frac{20^2}{x}\right]$$

$$Q(x) = 30\left(2x + \frac{200}{x} - 40\right) - 10\left(\frac{9}{2}x + \frac{200}{x} - 60\right)$$

$$Q(x) = 15x + \frac{4000}{x} - 600.$$