Optimización bajo Incertidumbre

Solución - Prueba final 6/6/2017.

1) Ver caps. Introducción y Teoría.

2) Ver cap. Teoría.

3)

3. a) WS

Se resuelve problema según escenarios

1) $\xi_1 = 6$ $\quad p_1 = \frac{2}{5}$

$$\left.\begin{array}{ll} z := \min & 5x + 6y \\ \text{s.a} & y \geq 1 - x \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{Sol.}} \begin{array}{l} (x^*, y^*) = (1, 0) \\ z^* = 5 \end{array}$$

2) $\xi_2 = 4$ $\quad p_2 = \frac{3}{5}$

$$\left.\begin{array}{ll} z := \min & 5x + 4y \\ & y \geq 1 - x \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{Sol}} \begin{array}{l} (x^*, y^*) = (0, 1 \\ z^* = 4 \end{array}$$

$$\therefore \text{WS} := 5\left(\frac{2}{3}\right) + 4\left(\frac{3}{5}\right) = \boxed{\frac{22}{5}}$$

3.b) RP: Dado el problema equiv. determinista.

$$\min\ 5x + \frac{12}{5} y_1 + \frac{12}{5} y_2$$

$$\text{s.a}\quad y_1 \geq 1 - x$$

$$y_2 \geq 1 - x$$

Por simetría en y_1 y y_2, es equivalente a resolver con cambio de variable $\begin{cases} w = y_1 \\ w = y_2 \end{cases}$

$$\left.\begin{array}{l} \min\ 5x + \frac{24}{5} w \\ w \geq 1 - x. \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{Sol}} \begin{array}{l} (x^*, w^*) = (0,1) \\ RP = \frac{24}{5} \end{array}$$

$$\therefore\ (x^*, y_1^*, y_2^*) = (0, 1, 1)$$

$$\boxed{RP = \frac{24}{5}}$$

3.c) EEV. Dado $\xi = 6\left(\frac{2}{5}\right) + 4\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{24}{5}$

$$\left.\begin{array}{l} EV = \min\ 5x + \frac{24}{5} y \\ \qquad y \geq 1 - x \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{Sol}} \begin{array}{l} (x^*, y^*) = (0,1) \\ EV = \frac{24}{5} \end{array}$$

$$EEV = 5(0) + 6\left(\frac{2}{5}\right)(1) + 4\left(\frac{3}{5}\right)(1) = \boxed{\frac{24}{5}}$$

3.d) $EVPI = RP - WS = \frac{24}{5} - \frac{22}{5} = \boxed{\frac{2}{5}}$

$$VSS = EEV - RP = \frac{24}{5} - \frac{24}{5} = \boxed{0}$$

4) Ver. cap. Resolución, pp 7-9

5) 5.a) Para cada restricción de cobertura según usuario

$$\sum_{j=1}^{n} y_{ij} \geq 1, \quad i=1,\dots,m,$$

se requiere que su probabilidad de cumplimiento sea superior a α,

$$P\left(\sum_{j=1}^{n} y_{ij} \geq 1\right) \geq \alpha, \quad i=1,\dots,m.$$

Sea $q := 1-p$ la probabilidad de que no haya servicio en cada localización.

Por lo cual, la probabilidad de que cada usuario tenga servicio es

$$1 - q^{\sum_{j=1}^{n} x_{ij}} \geq \alpha, \quad i=1,\dots,m. \qquad (*)$$

5.b) Aplicando logaritmos a $(*)$ se tiene

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \geq \left\lceil \frac{\ln(1-\alpha)}{\ln q} \right\rceil, \quad i=1,\dots,m.$$