Teoría de Lenguajes

L=L(G)
Gramáticas Regulares

$\mathcal{L}$ = L(G)

Dado un lenguaje, construimos una gramática… pero…
¿cómo podemos probar que esa gramática genera ese lenguaje y que toda tira de ese lenguaje puede ser generada por esa gramática?

<u>Aplicación:</u>

$\mathcal{L} = \{ 0^k 1^k \ / \ k > 0 \}$

Se construye una GLC G:(V,T,P,S)

V= {S} T={0,1} P= {S → 01,
S → 0S1 }

$\mathcal{L} \subseteq L(G)$

Se demuestra por IC en $|x|$ siendo $x \in \mathcal{L}$

PB: $|x|=2 \Rightarrow 01$ y $\exists\ S \to 01 \in P \therefore x \in L(G)$ √

HI: Se cumple para $|x| = 2h$ $(x = 0^h 1^h \Rightarrow S \Rightarrow^* x)$

TI: Se cumple para $|x| = 2h + 2$ $(x = 0^{h+1} 1^{h+1} \Rightarrow S \Rightarrow^* x)$

Dem:

Sea $x = 0^{h+1}1^{h+1} = 00^h1^h1 = 0x'1$ $x' \in \mathcal{L}$ (es de la forma de las tiras y $|x'|=2h$) entonces $S \Rightarrow^* x'$ (por HI)

$$\left.\begin{array}{l}\text{Se tiene que } 0S1 \Rightarrow^* 0x'1 \\ \text{Además } \exists\ S \to 0S1 \in P\end{array}\right\} S \Rightarrow 0S1 \Rightarrow^* 0x'1 = x \therefore S \Rightarrow^* x \text{ de donde } x \in L(G)$$

√

$\mathcal{L} \supseteq L(G)$

Se demuestra por IC en la cantidad de pasos en la derivación de x siendo $x \in L(G)$

PB: $\exists\ S \rightarrow 01 \in P\ \therefore\ S \Rightarrow 01$ y $01 \in \mathcal{L}$ √

HI: Se cumple para tiras con cantidad de derivaciones $\leq h$ $\quad (S \Rightarrow^{\leq h} x$ entonces $x \in \mathcal{L})$

TI: Se cumple para tiras con cantidad de derivaciones $\leq h+1$

Dem:

$$\left.\begin{array}{l} S \Rightarrow 0S1 \Rightarrow^{h} x \\ x = 0x'1 \end{array}\right\} S \Rightarrow^{*} x' \text{ en una cantidad de derivaciones} \leq h \text{, entonces } x' \in \mathcal{L}$$

Por lo tanto $0x'1 = x \in \mathcal{L}$ √

Gramáticas Libres de Contexto

$G = (V,T,P,S)$

Es un formalismo para especificar lenguajes

- V : conjunto finito de variables
- T : conjunto finito de terminales ($T \equiv \Sigma$)
- P : conjunto de reglas de producción
- S : símbolo inicial $S \in V$

$$\boxed{\begin{array}{c} A \rightarrow \alpha \;\; / \;\; \alpha \in (V \cup T)^* \\ A \in V \end{array}}$$

Lenguajes Regulares y Libres de Contexto

Teorema

Todo lenguaje regular es libre de contexto

Demo: sobre la estructura de las ER

- ∅ alcanza con una gramática no tenga reglas (P=∅)
- ε $S \rightarrow \varepsilon$
- a $S \rightarrow a$
- Si r_1 y r_2 son ER y $G_1:(V_1,T_1,P_1,S_1)$ y $G_2:(V_2,T_2,P_2,S_2)$ GLC /

  $L(r_1) = L(G_1)$ y $L(r_2) = L(G_2)$

  Entonces existe $G_3:(V_3,T_3,P_3,S_3)$ / $L(r_3) = L(G_3)$ siendo

  1) $r_3 = r_1 \mid r_2$ 2) $r_3 = r_1 . r_2$ 3) $r_3 = r_1{}^*$

Lenguajes Regulares y Libres de Contexto

Demo: (cont.) Se asume que $V_1 \cap V_2 = \varnothing$

1) $r_3 = r_1 \mid r_2$ $G_3:(V_3,T_3,P_3,S_3)$ / $V_3 = V_1 \cup V_2 \cup \{S_3\}$ $T_3 = T_1 \cup T_2$
$P_3 = P_1 \cup P_2 \cup \{S_3 \rightarrow S_1 \mid S_2\}$

2) $r_3 = r_1 . r_2$ $G_3:(V_3,T_3,P_3,S_3)$ / $V_3 = V_1 \cup V_2 \cup \{S_3\}$ $T_3 = T_1 \cup T_2$
$P_3 = P_1 \cup P_2 \cup \{S_3 \rightarrow S_1 S_2\}$

3) $r_3 = r_1{*}$ $G_3:(V_3,T_3,P_3,S_3)$ / $V_3 = V_1 \cup \{S_3\}$ $T_3 = T_1$
$P_3 = P_1 \cup \{S_3 \rightarrow S_1 S_3 \mid \varepsilon\}$

Gramáticas Regulares

Sea una GLC G:(V,T,P,S)

Gramática Lineal Izquierda

es una gramática en donde **TODA** producción tiene la forma:

$A \rightarrow Bw$

$A \rightarrow w$ con $A,B \in V$

$w \in T^*$

Gramáticas Regulares

Sea una GLC G:(V,T,P,S)

<u>Gramática Lineal Derecha</u>

es una gramática en donde **TODA** producción tiene la forma:

$A \rightarrow wB$

$A \rightarrow w$ con $A,B \in V$

$w \in T^*$

Gramáticas Regulares

Ejemplos

(1) $(01)^*1$

(2) $1^*\,0^*\,1^*$

(3) $(0|1)^*\,00\,1^*$