



Teoría de Lenguajes

Propiedades de Lenguajes
Regulares



Propiedades de clausura

Los lenguajes regulares son cerrados bajo:

- 1) Unión
- 2) Concatenación
- 3) Clausura de Kleene
- 4) Complemento
- 5) Intersección
- 6) Reverso
- 7) Sustitución
- 8) Homomorfismo
- 9) Homomorfismo Inverso

Propiedades (cont.)

1) Unión

$$L \cup S \Rightarrow e = r | s$$

2) Concatenación

$$L.S \Rightarrow e = r.s$$

3) Clausura de Kleene

$$L^* \Rightarrow e = r^*$$

Propiedades (cont.)

4) Complemento

L regular $\Rightarrow \exists$ AFD $M : (Q, \Sigma, \delta, q_0, F) / L = L(M)$

$L^c \Rightarrow \exists M' : (Q', \Sigma, \delta', q_0, F') / L^c = L(M') \wedge Q' = Q \cup \{q_p \text{ (si } \delta \text{ no es total)}\}$

$\wedge F' = (Q - F) \cup \{q_p\} \wedge \delta'(q, a) = \delta(q, a) \text{ (si esta definida)} \forall q_p$

5) Intersecci3n

$L \cap S = (L^c \cup S^c)^c$ (de Morgan)

Propiedades (cont.)

6) Reverso

L regular $\Rightarrow \exists$ AFD $M : (Q, \Sigma, \delta, q_0, F) / L = L(M)$

$L^r \Rightarrow$ Se construye AFND- ϵ $M' : (Q', \Sigma, \delta', q'_0, F') / L^r = L(M')$

$$\wedge Q' = Q \cup \{q'_0\}$$

$$\wedge F' = \{q_0\}$$

$$\wedge \delta'(q, a) = \{q_j, \dots, q_r\} \quad \forall q_k \in \{q_j, \dots, q_r\} \quad \delta(q_k, a) = q$$

$$\wedge \delta'(q'_0, \epsilon) = \{q_{f1}, \dots, q_{ft}\} \quad \text{siendo } \{q_{f1}, \dots, q_{ft}\} = F$$

Propiedades (cont.)

7) Sustitución

$f: \Sigma \rightarrow \Delta^*$ (asocia a cada símbolo un lenguaje, conjunto de tiras del mismo u otro alfabeto)

$$f(\varepsilon) = \varepsilon$$

$$f(xa) = f(x).f(a)$$

$$f(L) = \{ f(x) / x \in L \}$$

Propiedades (cont.)

8) Homomorfismo

$h: \Sigma \rightarrow \Delta^*$ (asocia a cada símbolo un string del mismo u otro alfabeto)

9) Homomorfismo Inverso

$h^{-1}: \Delta^* \rightarrow \Sigma^*$ (es un lenguaje $L \subseteq \Sigma^*$)

$$h^{-1}(w) = \{ x / h(x) = w \}$$

$$h^{-1}(L) = \{ x / x \in \Sigma^*, h(x) \in L \}$$

Propiedades (cont.)

Propiedad del Cociente

Dados L_1 y L_2 se define $L_1 / L_2 = \{ x \text{ tal que } \exists y \in L_2 \wedge xy \in L_1 \}$

Ejemplos:

- $1^*01^*01^* / 01^* = 1^*01^*$
- $1^*01^*01^* / \{00\} = 1^*$
- $1^* / 00^* = \emptyset$
- $1^* / 0^* = 1^*$
- $01^* / \{0^k1^k, k \geq 0\} = 01^*$

Los lenguajes regulares son cerrados bajo la operación cociente con cualquier lenguaje L

Si L_1 regular y L_2 ¿? entonces L_1 / L_2 es regular