# Teoría de Lenguajes

Propiedades de Lenguajes Regulares

# Propiedades de clausura

Los lenguajes regulares son cerrados bajo:

1) Unión
2) Concatenación
3) Clausura de Kleene
4) Complemento
5) Intersección
6) Reverso
7) Sustitución
8) Homomorfismo
9) Homomorfismo Inverso

# Propiedades (cont.)

1) Unión

   $L \cup S \Rightarrow e = \boldsymbol{r \mid s}$

2) Concatenación

   $L \,.\, S \Rightarrow e = \boldsymbol{r \,.\, s}$

3) Clausura de Kleene

   $L^* \Rightarrow e = \boldsymbol{r^*}$

# Propiedades (cont.)

4) Complemento

$L$ regular $\Rightarrow\ \exists$ AFD $M : (Q,\Sigma,\delta,q_o,F)$ / $L = L(M)$

$L^c \Rightarrow\ \exists\ M' : (Q',\Sigma,\delta',q_o,F')$ / $L^c = L(M') \ \wedge\ Q'=Q \cup \{q_p$ (si $\delta$ no es total) $\}$

$\wedge\ \ F'=(Q-F) \cup \{q_p\}\ \ \wedge\ \ \delta'(q,a) = \delta(q,a)$ (si está definida) $\vee\ q_p$

5) Intersección

$L \cap S\ =\ (L^c \cup S^c)^c$ (de Morgan)

# Propiedades (cont.)

6) Reverso

L regular $\Rightarrow$ $\exists$ AFD M : $(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ / $L = L(M)$

$L^r$ $\Rightarrow$ Se construye AFND-$\varepsilon$ M' : $(Q',\Sigma,\delta',q'_0,F')$ / $L^r = L(M')$

$\wedge$ $Q'=Q \cup \{q'_0\}$

$\wedge$ $F'=\{q_0\}$

$\wedge$ $\delta'(q,a) = \{q_j,..,q_r\}$ $\forall$ $q_k \in \{q_j,..,q_r\}$ $\delta(q_k,a) = q$

$\wedge$ $\delta'(q'_0,\varepsilon) = \{q_{f1},..,q_{ft}\}$ siendo $\{q_{f1},..,q_{ft}\} = F$

# Propiedades (cont.)

7) Sustitución

$f: \Sigma \to \Delta^*$ (asocia a cada símbolo un lenguaje, conjunto de tiras del mismo u otro alfabeto)

$f(\varepsilon) = \varepsilon$

$f(xa) = f(x).f(a)$

$f(L) = \{ f(x) / x \in L \}$

# Propiedades (cont.)

8) Homomorfismo

$h: \Sigma \rightarrow \Delta^*$ (asocia a cada símbolo un string del mismo u otro alfabeto)

9) Homomorfismo Inverso

$h^{-1}: \Delta^* \rightarrow \Sigma^*$ (es un lenguaje $L \subseteq \Sigma^*$)

$h^{-1}(w) = \{ x \,/\, h(x) = w \}$

$h^{-1}(L) = \{ x \,/\, x \in \Sigma^* ,\ h(x) \in L \}$

# Propiedades (cont.)

## Propiedad del Cociente

Dados $L_1$ y $L_2$ se define $L_1 / L_2 = \{\, x \text{ tal que } \exists\, y \in L_2 \wedge xy \in L_1 \,\}$

Ejemplos:

- $1^*01^*01^* / 01^* = 1^*01^*$
- $1^*01^*01^* / \{00\} = 1^*$
- $1^* / 00^* = \emptyset$
- $1^* / 0^* = 1^*$
- $01^* / \{\, 0^k1^k,\ k \geq 0 \,\} = 01^*$

*Los lenguajes regulares son cerrados bajo la operación cociente con cualquier lenguaje L*

Si $L_1$ regular y $L_2$ ¿? entonces $L_1 / L_2$ es regular