



TALLERINE: ENERGÍAS RENOVABLES

FUNDAMENTO TEÓRICO

Parte III: Componentes no lineales

AUTORES:

CARLOS BRIOZZO
CAROLINA CABRERA
AGUSTÍN CASTELLANO

Versión 0.1

Índice

1. Introducción	3
2. Serie y paralelo de componentes	3
2.1. Combinación en serie	3
2.1.1. Caso particular	3
2.1.2. Caso un poco más general	5
2.2. Combinación en paralelo	7
2.3. Ejemplos	9
2.3.1. Circuito abierto	9
2.3.2. Cortocircuito	10
2.3.3. Fuente de tensión en cortocircuito	10
3. El diodo	12
3.1. Diodo ideal	12
3.1.1. Potencia en un diodo ideal	13
3.1.2. Ejemplo de aplicación	13
3.2. Diodo un poco menos ideal	15
3.2.1. Potencia disipada	16
3.3. Diodo aún menos ideal	17
3.4. Diodo bastante menos ideal	17
3.5. Elección del modelo	18
4. El panel	19
4.1. Celdas en serie	20
4.2. Celdas en paralelo	20
4.3. Armado del panel	21
5. Diodo Zener	22
5.1. Ejercicio de aplicación	24
5.2. Otro ejercicio de aplicación	24
5.3. Modelo aproximado	24
5.4. Ejemplo de aplicación	25
5.4.1. Ejercicio	26

NOTA: El presente trabajo se encuentra en versión borrador. Puede contener errores, cosas mal escritas o incompletas. Tome todo lo que lee acá (y en otros lados) con pinzas.

Por errores o sugerencias: acastellano@fing.edu.uy cbriozzo@fing.edu.uy

1. Introducción

En este repartido se introducen algunos componentes básicos esenciales y ampliamente usados en circuitos electrónicos. Se hace gran hincapié, al igual que en el repartido pasado, en la utilización del enfoque gráfico para el análisis de circuitos en continua.

Este teórico es más extenso y ataca algunos temas con mayor profundidad que los anteriores. No se sienta mal si hay cosas que le resultan raras o que no entiende, sobre todo en la sección (2)

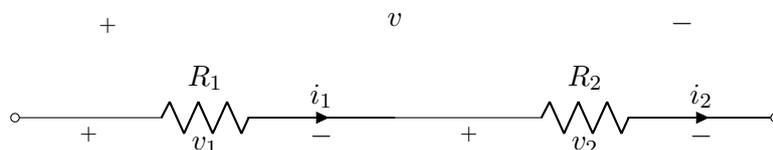
2. Serie y paralelo de componentes

En alguna sección anterior se habló sobre la combinación de resistencias (tanto en serie como en paralelo), y como ésta podía ser vista como una única resistencia equivalente. ¿Qué sucede cuando, en vez de combinar resistencias, se combinan componentes genéricos con una cierta relación entre su voltaje y corriente? Para contestar esta pregunta se parte en cada caso de resultados particulares, para luego generalizar.

2.1. Combinación en serie

2.1.1. Caso particular

Se vuelve a analizar el caso de dos resistencias R_1 y R_2 conectadas en serie.



Formalmente existe una relación funcional que vincula el voltaje y corriente por cada resistencia:

$$v_1 = f_1(i_1)$$

$$v_2 = f_2(i_2)$$

Esta relación, como se vio en el primer repartido teórico, no es otra cosa que la Ley de Ohm:

$$f_1(i_1) = R_1 i_1$$

$$f_2(i_2) = R_2 i_2$$

Por lo tanto:

$$v_1 = R_1 i_1$$

$$v_2 = R_2 i_2$$

Cuando dos componentes están en serie, por ellos fluye la misma corriente i :

$$i = i_1 = i_2$$

Para obtener un equivalente, interesa relacionar esa corriente i con el voltaje v , obtenido como la suma de los voltajes por cada componente.

$$v = v_1 + v_2 = R_1 i + R_2 i = (R_1 + R_2) i$$

En definitiva, la serie es análoga a una resistencia equivalente de valor

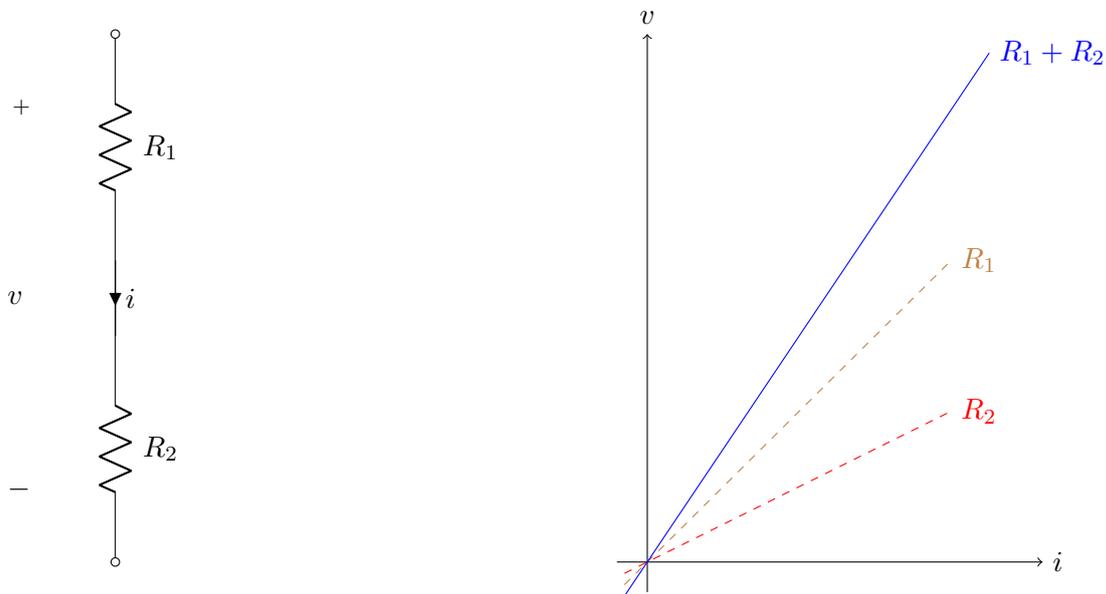
$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

Observar que se cumple la siguiente igualdad algebraica:

$$f_1(i) + f_2(i) = (f_1 + f_2)(i)$$

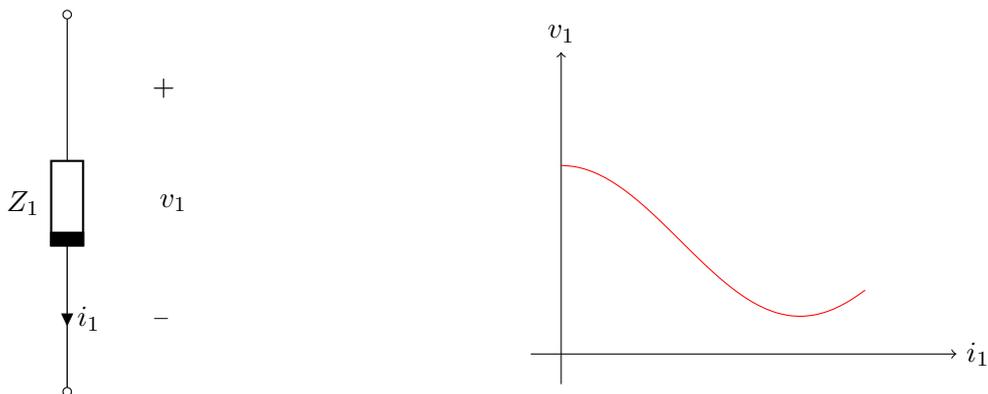
Esto quiere decir, en términos gráficos, a que la curva de la resistencia equivalente se obtiene sumando término a término las curvas de R_1 y R_2 .

Prestar especial atención a la elección de los ejes.



2.1.2. Caso un poco más general

Considerar el componente genérico Z_1 , asociado a la siguiente curva característica.



Notar cómo el vínculo entre v e i ya no es lineal. Sin embargo, si existe una función que relaciona las dos magnitudes:

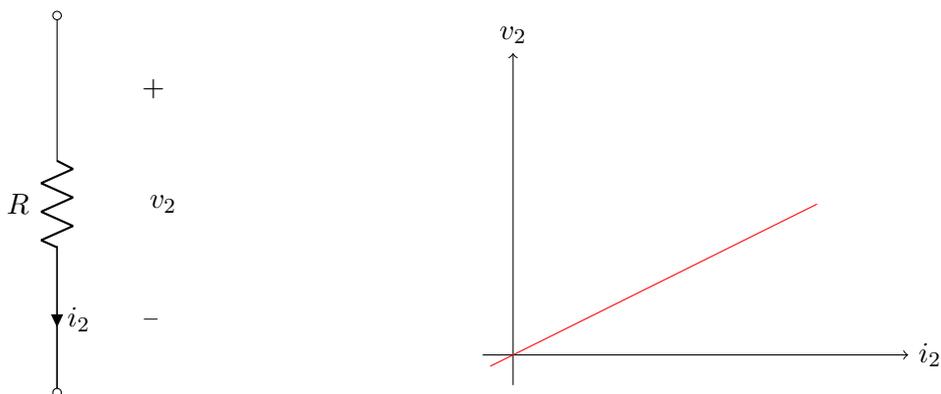
$$v_1 = h(i_1)$$

Lo que no existe es una función de la forma:

$$i_1 = g(v_1)$$

ya que algunos voltajes son compatibles con dos valores de corriente.

Se combina ahora el componente Z_1 con una resistencia de valor conocido R .



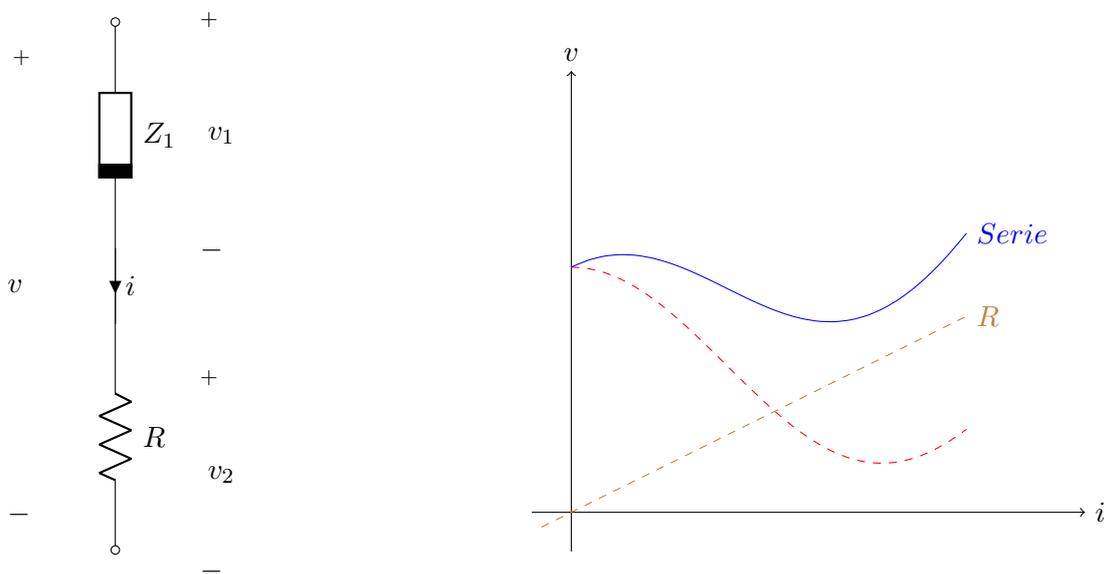
Ya se vio que la relación funcional $v - i$ para la resistencia es la Ley de Ohm:

$$v_2 = f(i_2) = Ri_2$$

Al colocar ambos componentes en serie, por ellos fluye la misma corriente:

$$i = i_1 = i_2$$

La curva voltaje-corriente del equivalente se obtiene sumando término a término ambas gráficas.



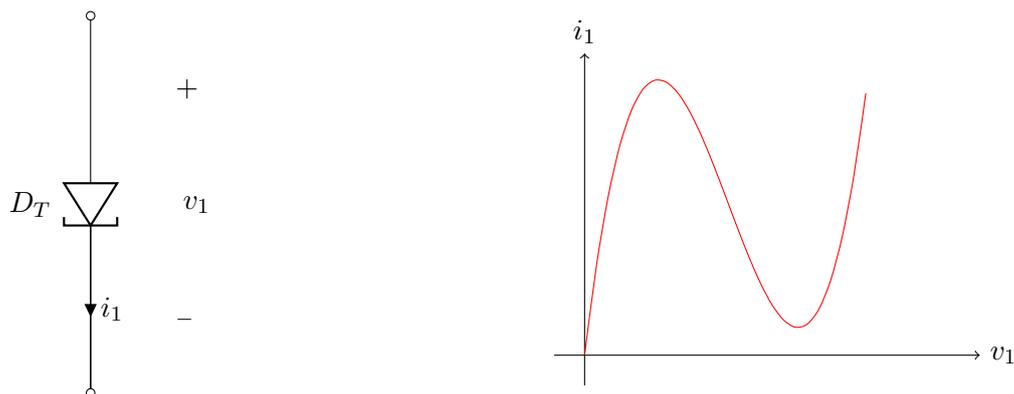
Ejercicio

Demostrar para este caso la siguiente igualdad algebraica:

$$v(i) = (f + h)(i)$$

2.2. Combinación en paralelo

Para analizar como se combinan dos componentes genéricos en paralelo considerar otros dos ejemplos de componentes no lineales. En primer lugar, un diodo “tipo túnel” (tranquil@, no vamos a trabajar con este componente en el curso).

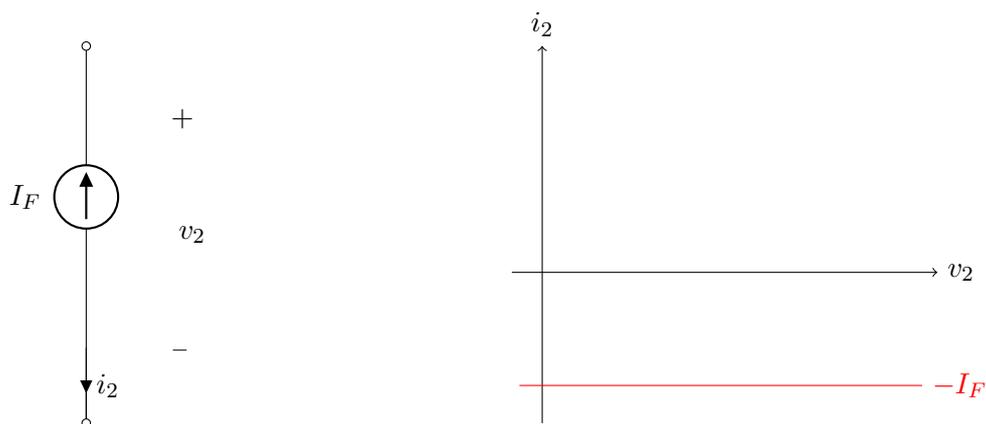


Viendo la gráfica se concluye que existe una función que relaciona las dos variables:

$$i_1 = g_1(v_1)$$

La función inversa (una de la forma $v_1 = f(i_1)$) no existe, ya que existen corrientes compatibles con más de un voltaje.

En segundo lugar, una fuente ideal de corriente. Prestar mucha atención a los signos de de la corriente propia por la fuente, la corriente i_2 elegida y la gráfica que resulta de esa elección.



La fuente de corriente constituye un caso trivial de una función de la forma

$$i_2 = g_2(v_2)$$

Pregunta:

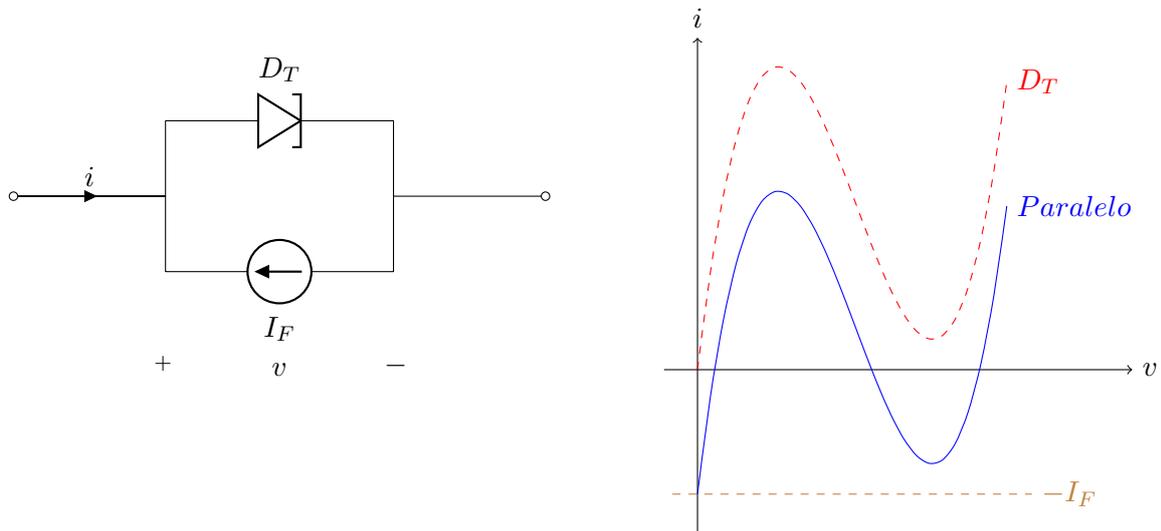
Para estos últimos dos componentes se cambió el orden de los ejes $v - i$ con respecto al caso de la combinación serie. ¿Por qué?

Dos componentes en paralelo tienen el mismo voltaje:

$$v_1 = v_2 = v$$

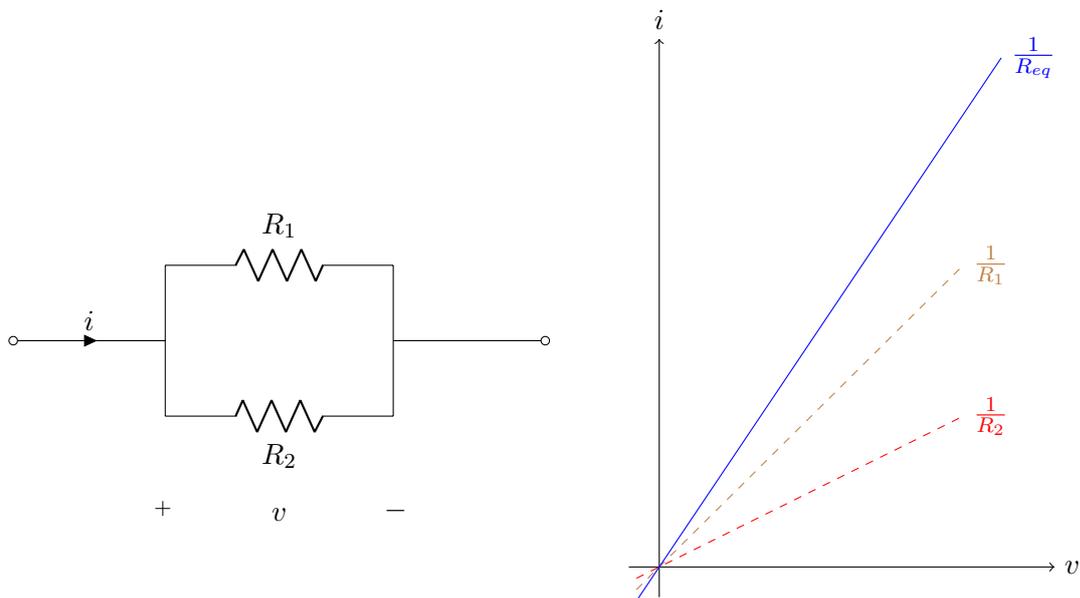
La corriente total que circula por el paralelo (para un voltaje cualquiera) se obtiene de sumar la corriente por cada uno de los elementos:

$$i = i_1 + i_2 = g_1(v_1) + g_2(v_2) = g_1(v) + g_2(v) = (g_1 + g_2)(v)$$

**Caso particular**

En el caso particular en que se tienen dos resistencias en paralelo, se vio que la resistencia equivalente obedecía la igualdad:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

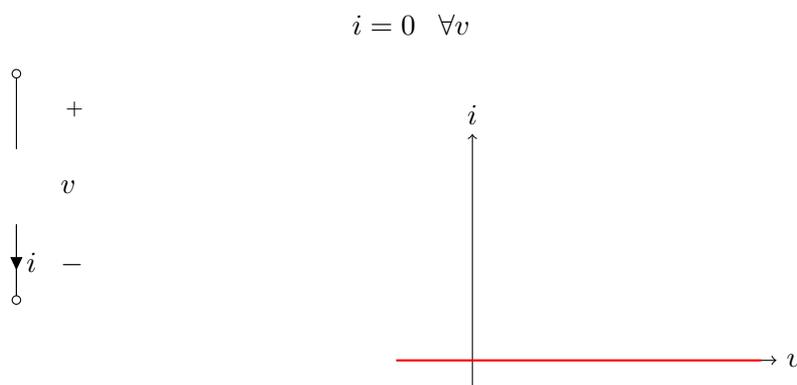


2.3. Ejemplos

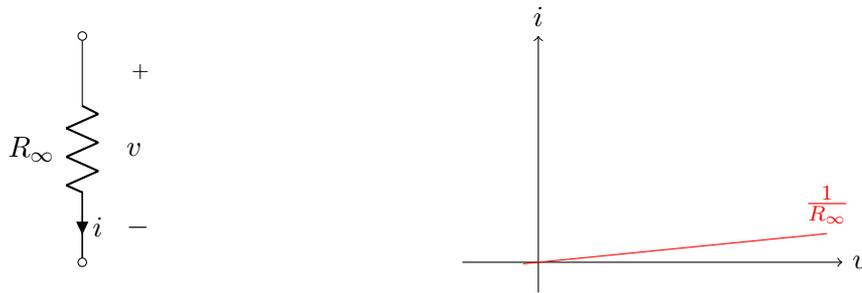
A continuación se presentan (y revisitan) algunos ejemplos de componentes no lineales.

2.3.1. Circuito abierto

Un circuito abierto puede verse como un componente que presenta corriente nula sin importar el voltaje entre sus bornes:

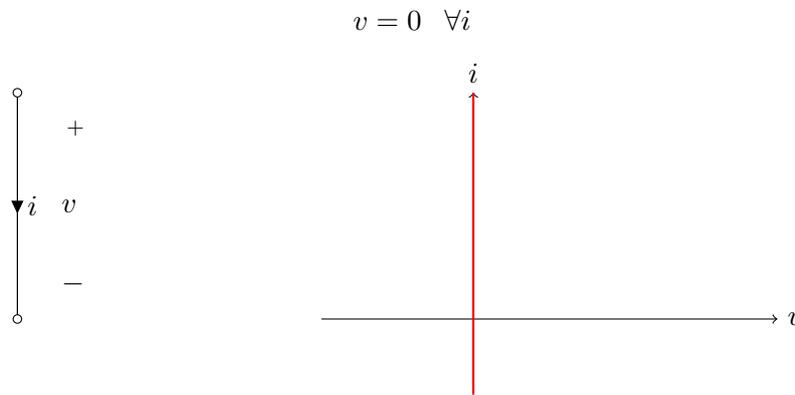


Otra forma de visualizar un circuito abierto es pensar en una resistencia muy grande (R_∞). A medida que la resistencia tiende a infinito, menos corriente circula por ella.

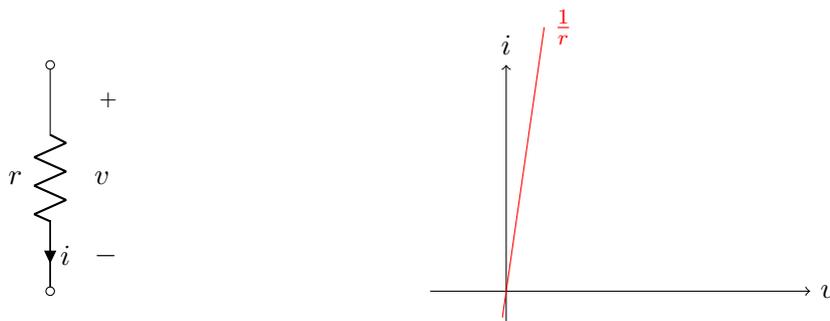


2.3.2. Cortocircuito

Un cortocircuito es un componente no lineal con voltaje nulo para cualquier corriente:



Un cortocircuito puede verse como una resistencia muy pequeña (r):

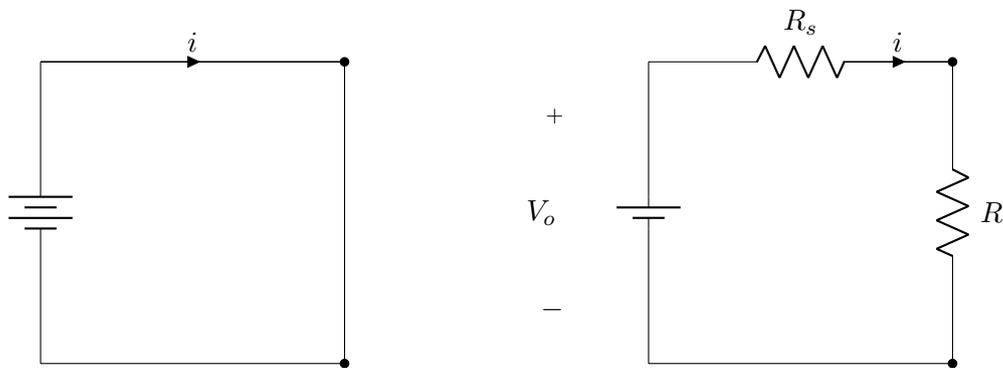


2.3.3. Fuente de tensión en cortocircuito

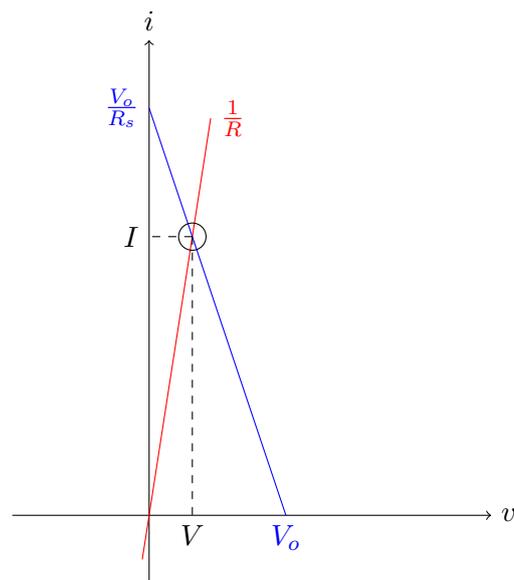
En el teórico anterior se vio que una buena aproximación para una fuente de voltaje es la serie de una fuente ideal y una resistencia R_s . Este modelo es el de un componente no lineal (recordar la curva $v - i$ para una fuente (o verla más abajo)).

Al cortocircuitar la fuente, vamos a usar el modelo recientemente incorporado de que el cortocircuito es una resistencia muy pequeña.

De esta forma, los dos circuitos que siguen son equivalentes. En el de la izquierda, la fuente es real, y el cable que une los dos bornes presenta cierta resistencia. El de derecha es un modelo del circuito de la izquierda.



En azul se grafica la curva de la fuente real, en rojo la de la resistencia del cable.



Como siempre, el punto de funcionamiento viene dado por la intersección de las dos curvas.

Ejercicio

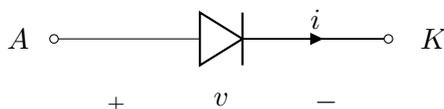
Comparar esta gráfica con la obtenida para una fuente en cortocircuito en el fundamento teórico anterior.

3. El diodo

El diodo es un elemento usado ampliamente en circuitos de electrónica. Está diseñado para limitar la circulación de corriente en un solo sentido, y tiene la particularidad de presentar una característica no lineal entre voltaje y corriente. En otras palabras, el vínculo $v - i$ no puede graficarse como una línea recta, como si pasaba para las resistencias.

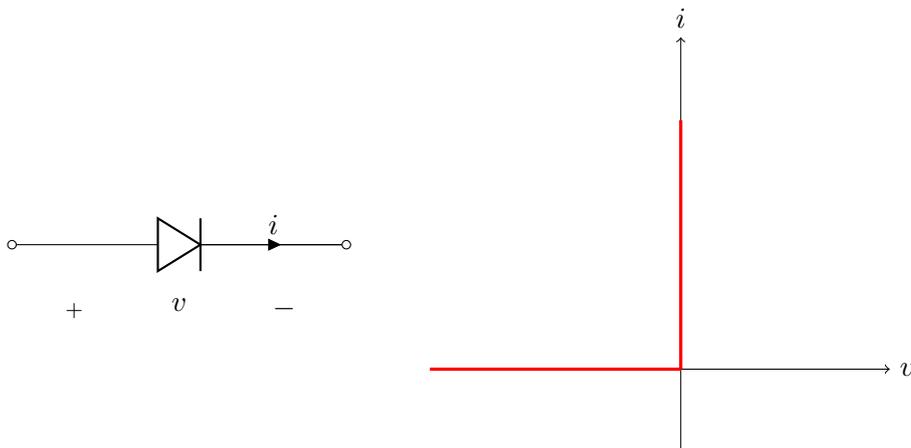
Cuánto “mejor” sea el dispositivo, menos imperfecciones introducirá en el circuito. En las secciones que siguen se verán distintos modelos del diodo (con complejidad creciente), junto con aplicaciones elementales.

El diagrama del diodo se muestra a continuación:



Presenta dos terminales, el ánodo o terminal positiva (A) y el cátodo o terminal negativa (K). El diodo se diseña para permitir el pasaje de corriente en el sentido $A - K$, y para impedirlo en sentido contrario. Una forma de recordar esto es pensar que la circulación de corriente se da en orden alfabético. Además puede observarse que su símbolo en forma de flecha indica el sentido en que circulará corriente.

3.1. Diodo ideal



En la curva del diodo ideal se distinguen dos regiones. Para voltajes v negativos, por el diodo circula siempre una corriente $i = 0$. Para corrientes i positivas, la caída de potencial en el diodo es nula. Se tienen entonces dos modos de operación:

- En el primero el diodo está “cortado” o “en polarización inversa”: no deja circular una corriente.

- En el segundo el diodo está “en conducción”: permite el pasaje de cualquier corriente positiva y no presenta caída de potencial entre sus bornes

3.1.1. Potencia en un diodo ideal

Notar que para ambos modos de funcionamiento, tanto en polarización inversa como en conducción, alguna de las dos variables de interés es cero. Recordando la definición de potencia:

$$P = vi$$

Se concluye de inmediato que, para un diodo ideal:

$$P_D = 0$$

OBSERVACIÓN: Comprobarán que esto no es cierto. Estadísticamente un alumno por grupo se quema un dedo con un diodo en el correr del semestre.

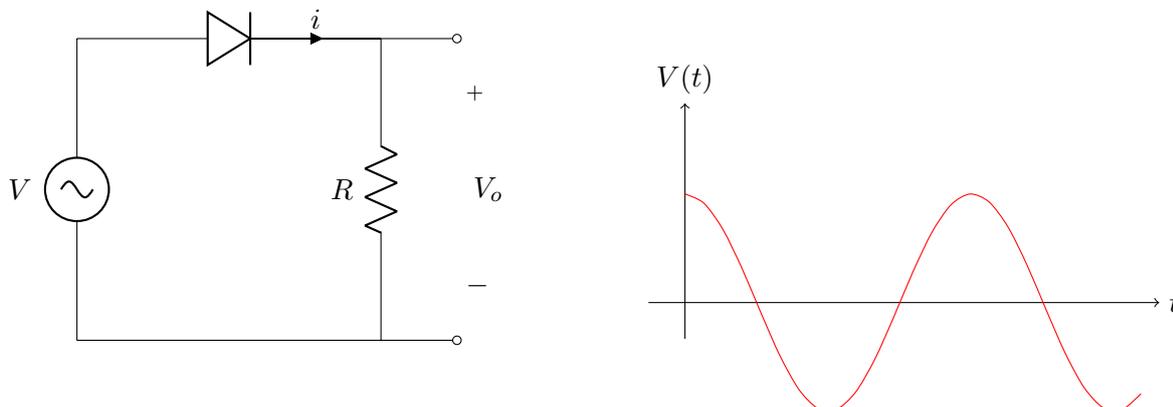
3.1.2. Ejemplo de aplicación

En el circuito que sigue se tiene una fuente sinusoidal V conectada a un diodo y una resistencia. Interesa conocer el voltaje V_o sobre la resistencia.

Una fuente sinusoidal entrega un voltaje alterno (AC), de la forma:

$$V(t) = V \cos(\omega t)$$

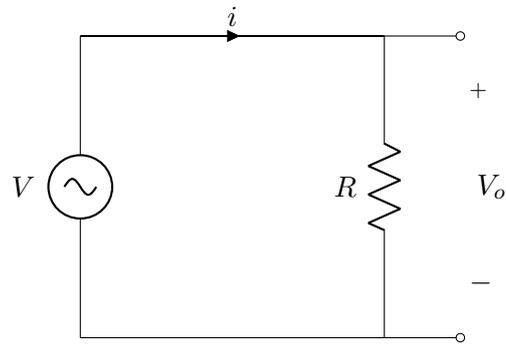
La fuente de la figura podría ser, por ejemplo, el enchufe de la pared.



Para analizar este circuito hay que partirlo en dos casos.

Caso I: $V(t) > 0$

Cuando la fuente impone un voltaje positivo, el diodo conduce y la resistencia “copia” el voltaje de la fuente.

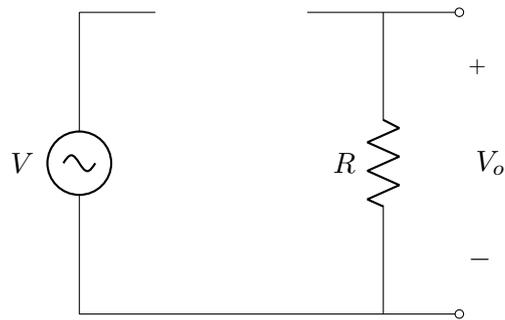


$$V_o(t) = V(t)$$

Observar que este modo de funcionamiento es coherente ya que para $v = 0$ en el diodo se tiene una corriente positiva (de ánodo a cátodo).

Caso II: $V(t) < 0$

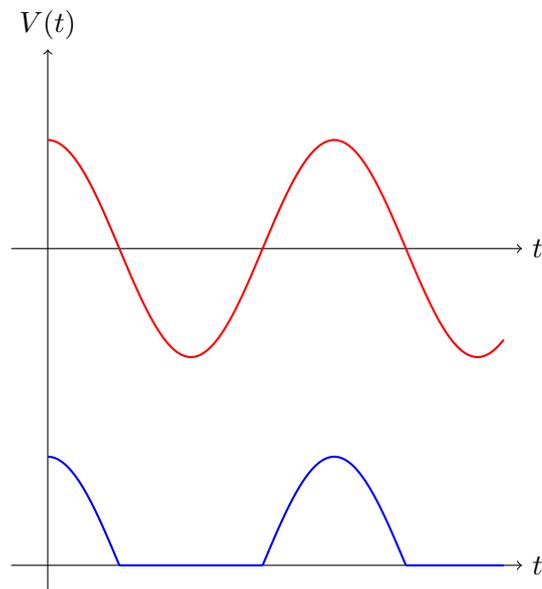
Cuando la fuente impone un voltaje negativo, el diodo está cortado, impidiendo el pasaje de corriente.



Como no hay corriente por el diodo, tampoco hay corriente por la resistencia. Una aplicación directa de la Ley de Ohm permite concluir:

$$V_o(t) = 0$$

Conclusión



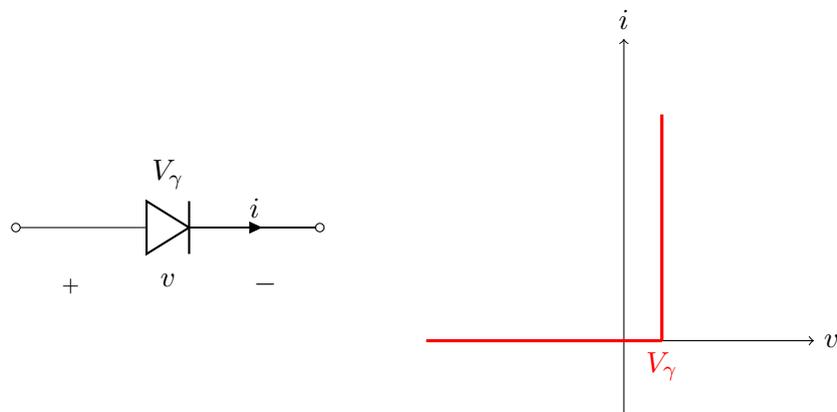
El circuito construido se llama “rectificador de media onda”. Constituye el primer paso en la transformación de corriente alterna (AC) en corriente continua (DC).



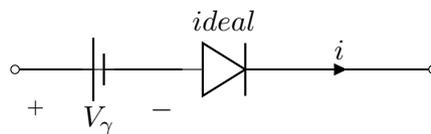
3.2. Diodo un poco menos ideal

Por más bueno que sea el diodo, su característica nunca va a ser como se vio en la sección pasada. Una de las particularidades del diodo “real” es que cuando está en conducción (dejando que la corriente pase), presenta una caída de potencial no nula. Esta caída es chica, pero no despreciable. Se la denota V_γ (se lee “ve gamma”) y para diodos de uso electrónico en general oscila entre $0,6V$ y $0,8V$.

Este es el modelo V_γ del diodo.



Este modelo, cuando el diodo se encuentra conduciendo, es equivalente a tener un diodo ideal en serie con una fuente de tensión V_γ :



3.2.1. Potencia disipada

Observar que para este modelo ya no se cumple la propiedad de que el diodo nunca disipa potencia. Ahora, durante la conducción ($i > 0$) se disipa una potencia:

$$P_D = V_\gamma i$$

En definitiva, este modelo del diodo introduce dos no-idealidades.

- Caída V_γ : Esta caída de potencial (a veces) debe ser tomada en cuenta a la hora de diseñar un circuito. Puede pasar que empleando el modelo del diodo ideal uno diseñe un circuito para que cumpla ciertas características, pero al llevarlo a la práctica el circuito se comporte de manera indeseada.
- $P \neq 0$: En un circuito donde se manejan corrientes grandes, la potencia disipada en el diodo puede no ser despreciable.

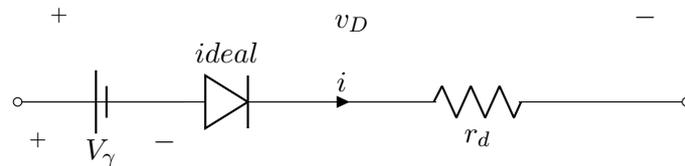
En los diodos empleados en dispositivos de electrónica de potencia, donde se manejan muy altas potencias (del orden de kW o MW), los dispositivos como los diodos se montan sobre disipadores térmicos, para evitar que se sobrecalienten.

3.3. Diodo aún menos ideal

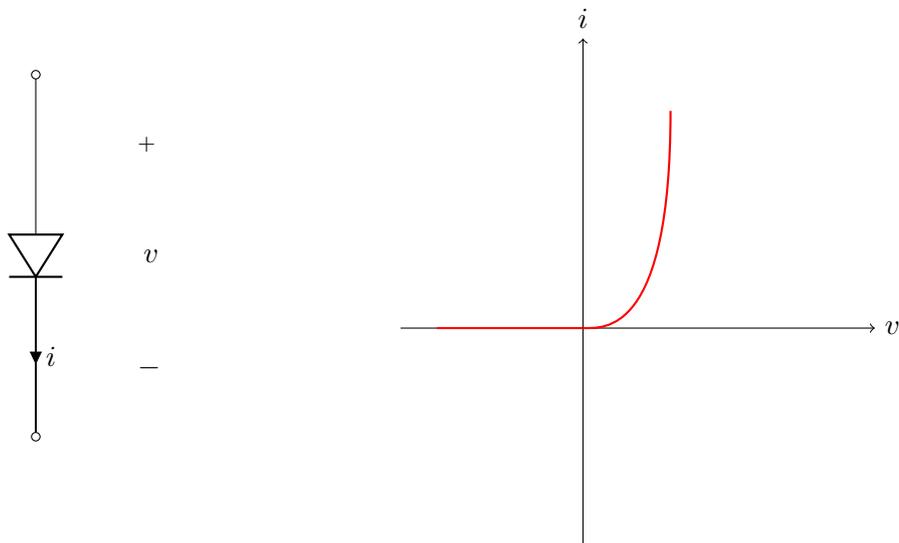
En el modelo expuesto anteriormente, estando el diodo en conducción, la caída de potencial en él se mantiene constante independientemente de la corriente. Esto en realidad no es así, aunque en muchas aplicaciones las pequeñas variaciones en la tensión presentes al aumentar la corriente pueden despreciarse. De todos modos, puede ser útil contar con un modelo que aproxime dichas fluctuaciones en el voltaje.

Una posible aproximación es considerar que el diodo no conduce hasta que esté a tensión V_γ y que una vez alcanzado dicho valor la corriente y el voltaje se relacionan de manera lineal, tal como en las resistencias.

Es decir que el diodo en conducción equivaldría a la serie de un diodo ideal, una fuente de tensión V_γ , una resistencia r_d .



3.4. Diodo bastante menos ideal



La curva en conducción tiene la forma:

$$i(v) = I_s \left(e^{\frac{v}{nV_T}} - 1 \right)$$

Como la relación es del tipo exponencial, pequeñas variaciones en voltaje producen grandes variaciones en corriente.

3.5. Elección del modelo

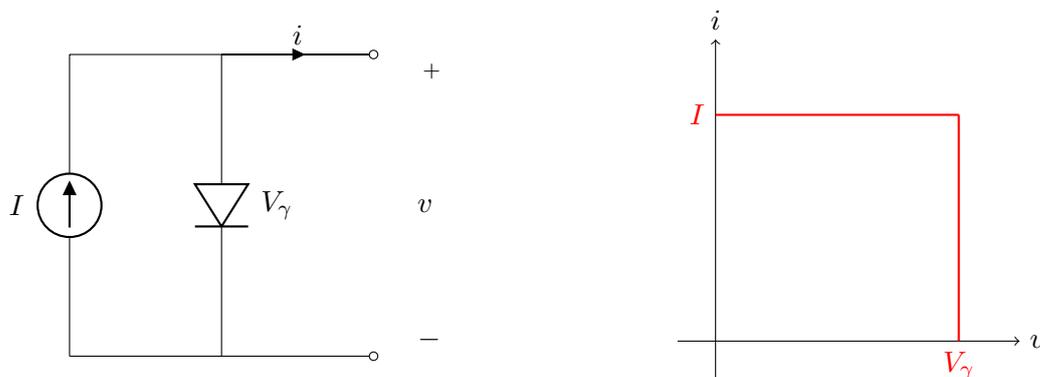
Se vieron cuatro modelos distintos asociados al mismo componente, cada uno con distinta complejidad. ¿Cuál conviene usar? Está claro que el último modelo es “más real” que los anteriores, pero ¿vale la pena complicarse la vida con relaciones exponenciales?

En definitiva el modelo a usar va a depender del circuito en cuestión y de lo que se quiere estudiar del mismo. Tratar al diodo como ideal es muy útil cuando se quiere tener una primera impresión de cómo funciona el circuito. Una vez definido eso, la caída V_γ puede tenerse en cuenta o no, dependiendo de si influye o no en el comportamiento global del sistema.

Usualmente considerar el modelo V_γ es suficiente.

4. El panel

Una celda fotovoltaica se puede modelar como una fuente de corriente en paralelo con un diodo:



Este modelo básico no tiene en cuenta las pérdidas resistivas de la celda.

Cuando $v < V_\gamma$ el diodo no conduce (está cortado) y toda la corriente de la fuente circula “hacia afuera” del circuito. Por lo tanto

$$i(v < V_\gamma) = I$$

Observar además que I es la corriente de cortocircuito (I_{cc}) del panel.

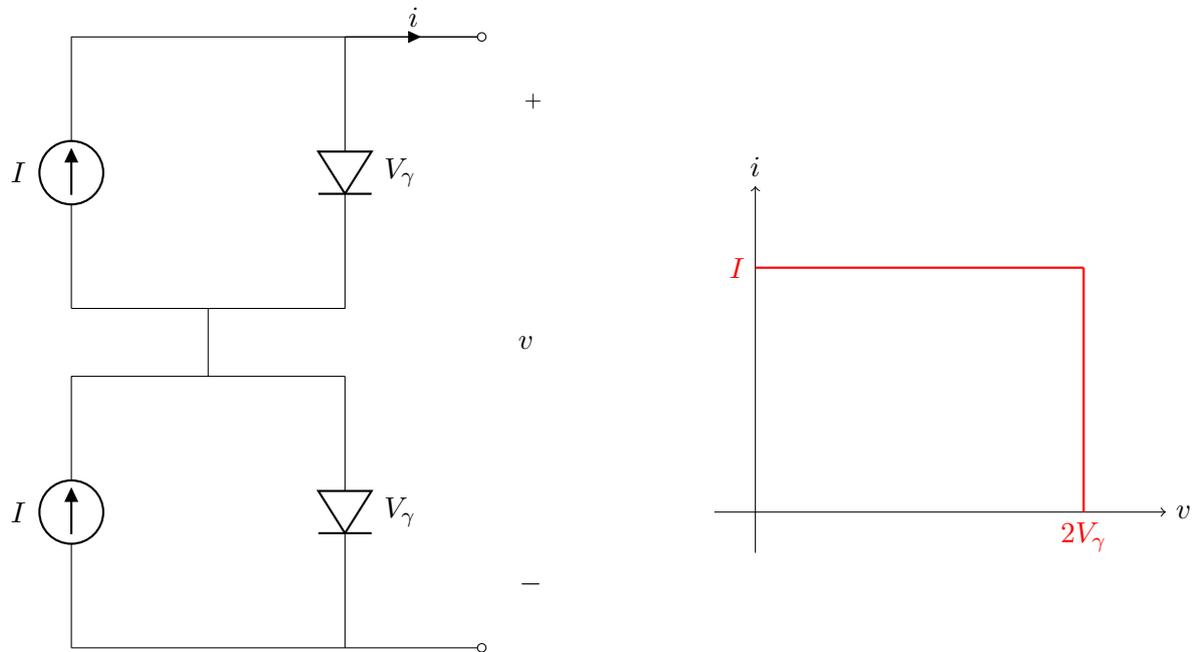
Cuando se alcanza V_γ el diodo comienza a conducir, y la corriente i que “salga” del circuito dependerá de lo que se haya conectado al mismo. La tensión V_γ es el voltaje de circuito abierto (V_{ca}) de la celda.

$$V_\gamma = V_{ca}$$

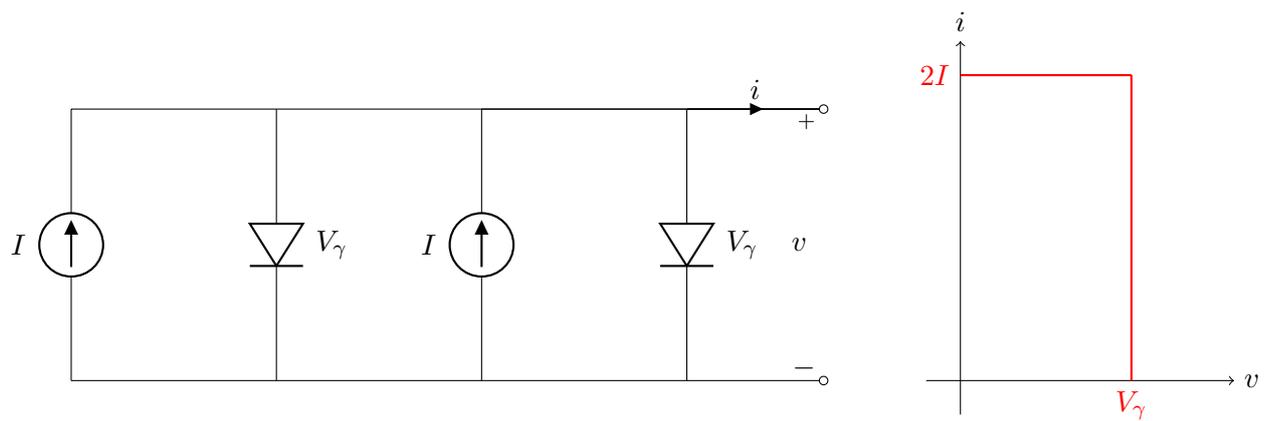
Notar cómo para obtener una primera impresión del funcionamiento del panel es necesario considerar (al menos) el modelo V_γ para el diodo. Si se lo considerara ideal, el voltaje v sería siempre cero, al igual que la corriente de salida i .

Una primera observación de la curva de arriba es que los voltajes de funcionamiento son muy pequeños (limitados entre 0 y V_γ). Interesa poder armar arreglos con las celdas para obtener un panel que “aguante” tensiones mayores, y que “entregue” corrientes mayores. Esto se consigue armando combinaciones serie-paralelo de las celdas.

4.1. Celdas en serie



4.2. Celdas en paralelo



4.3. Armado del panel

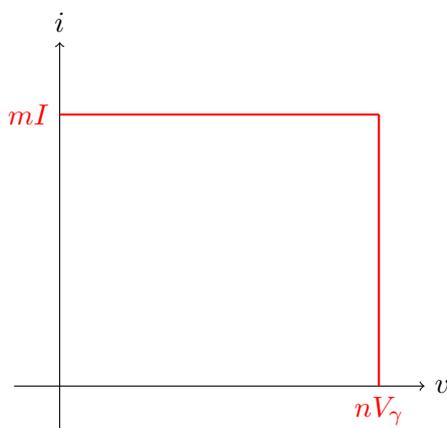
Combinando celdas en serie/paralelo se puede obtener un panel que soporte un voltaje determinado y que entregue una corriente determinada (para una irradiancia constante).

En primer lugar se conectan n celdas en serie, con lo cual se obtiene un arreglo que “funciona” (entrega corriente) para voltajes v :

$$v : 0 < v < nV_\gamma$$

En segundo lugar, se arma la serie de m arreglos de los de más arriba, pudiendo así extraer del circuito una corriente i :

$$i = mI$$

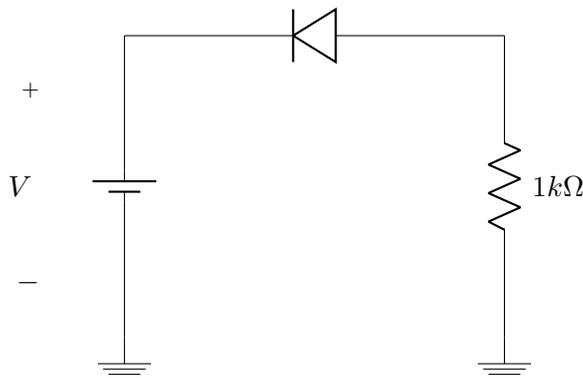


Cabe recalcar que esta curva, correspondiente a la de un panel solar ideal, no tiene en cuenta las variaciones voltaje-corriente del diodo ni las resistencias internas del panel.

En el curso se verá que la curva de arriba se modifica un poco al emplear un modelo más aproximado del panel (agregando dos resistencias y usando la característica exponencial del diodo).

5. Diodo Zener

Considerar el siguiente circuito, donde se tiene un diodo “común y corriente” conectado a una resistencia y a una fuente de voltaje $V > 0$.



Noción de tierra

En este circuito introducimos por primera vez la noción de tierra. La tierra es el elemento conectado al borne negativo de la fuente y a uno de los bornes de la resistencia. Esencialmente corresponde a un origen de potencial: Se toma (por conveniencia) que el voltaje en ese punto del circuito sea nulo.

$$V_{tierra} = 0$$

Al elegir una tierra queda determinado un valor fijo de potencial para cualquier punto del circuito. La elección de la tierra es simplemente para poder visualizar mejor el circuito; a los efectos de la resolución del mismo, uno podría olvidarse de la tierra y considerar que los dos puntos “de abajo” del circuito están conectados entre sí.

Análisis del circuito

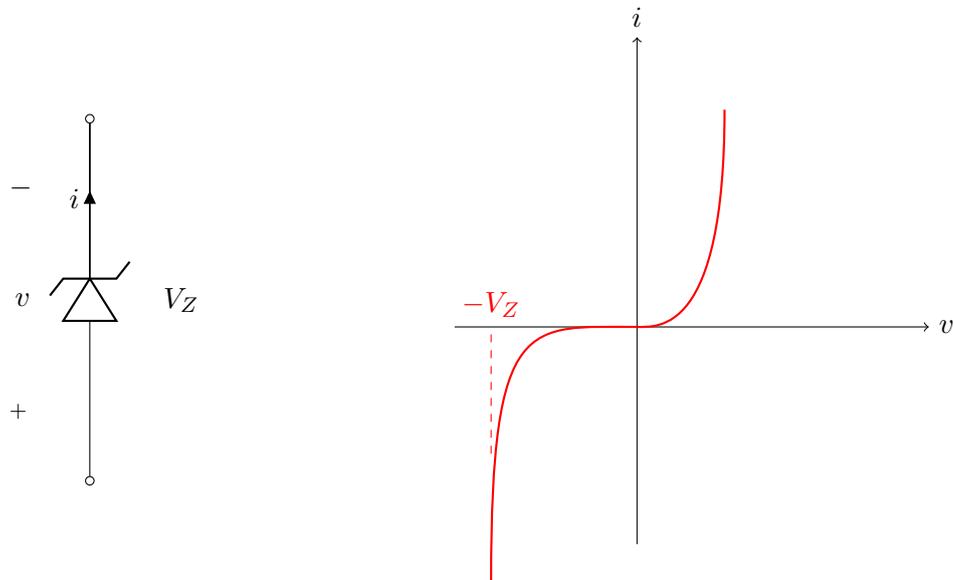
Si el diodo no estuviera presente, aparecería una corriente en el circuito (de valor $i = \frac{V}{R}$ y saliente del + de la fuente). Sin embargo, la presencia del diodo hace que esa corriente no pueda circular.

¿Qué pasa si se aumenta la tensión V ? A medida que V crece, la fuente trata de imponer una corriente cada vez más grande en el circuito. En la práctica, se alcanza un límite en el cual el diodo no puede frenar el pasaje de la corriente, y comienza a conducir al revés.

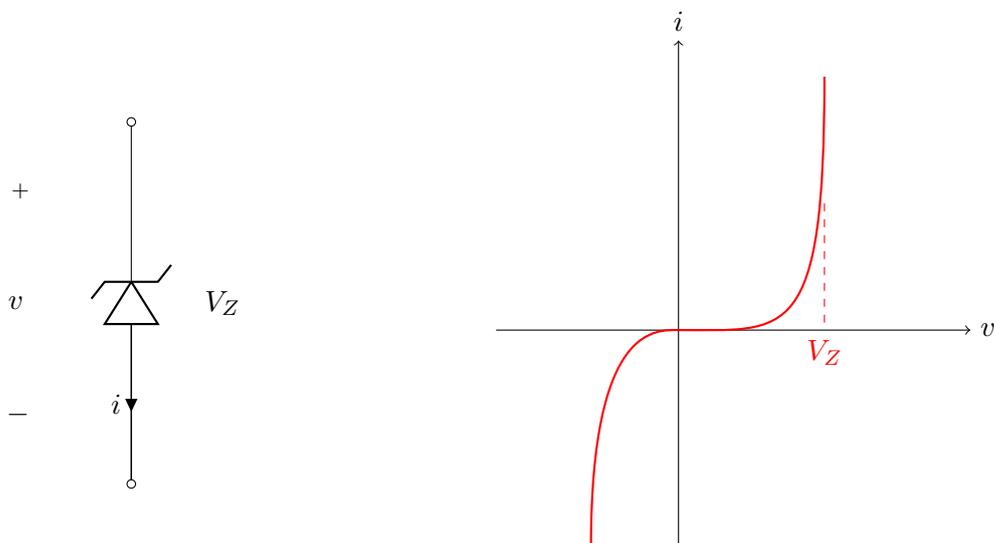
Esta última propiedad es la que se explota en el diodo zener. El mismo en general se usa para funcionar “al revés”, y se diseña de tal forma que se cumplan dos características:

- La corriente mínima necesaria para que se de la conducción al revés es pequeña.

- Cuando conduce al revés, el zener presenta una diferencia de potencial entre sus bornes V_Z (“voltaje zener”) relativamente constante. El V_Z es similar al V_γ del diodo común, descrito en la sección anterior.



Como el zener normalmente se emplea “al revés”, es útil intercambiar la polaridad de v e i para el componente, y obtener una curva $v-i$ distinta:

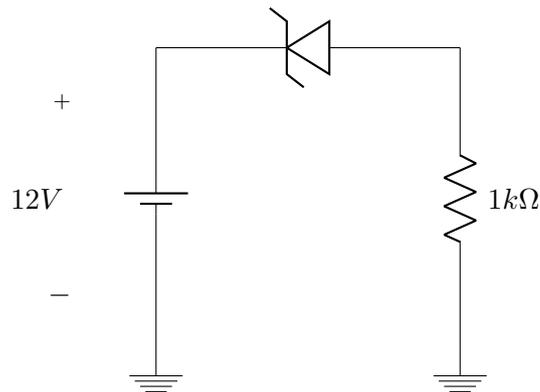


Uno de los usos más comunes del zener es como “regulador de voltaje”. Aprovechando el hecho de que el voltaje zener es prácticamente constante, se puede mantener (o regular) la tensión en una parte determinada de un circuito.

5.1. Ejercicio de aplicación

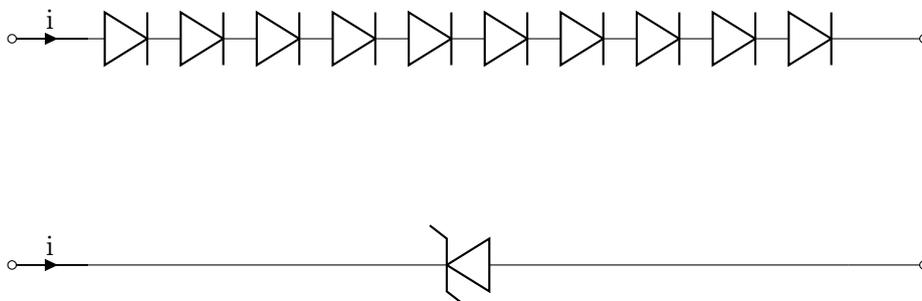
Considerar el ejemplo que sigue, donde una batería de $12V$ se conecta a un diodo zener de $V_Z = 6,8V$ y a una resistencia, como muestra la figura.

- Calcular la corriente que pasa por la resistencia, explicitando su signo
- A los efectos de la resolución del circuito, el zener puede ser sustituido por una fuente de voltaje. Sustituirlo por una fuente, explicitando su valor y polaridad.



5.2. Otro ejercicio de aplicación

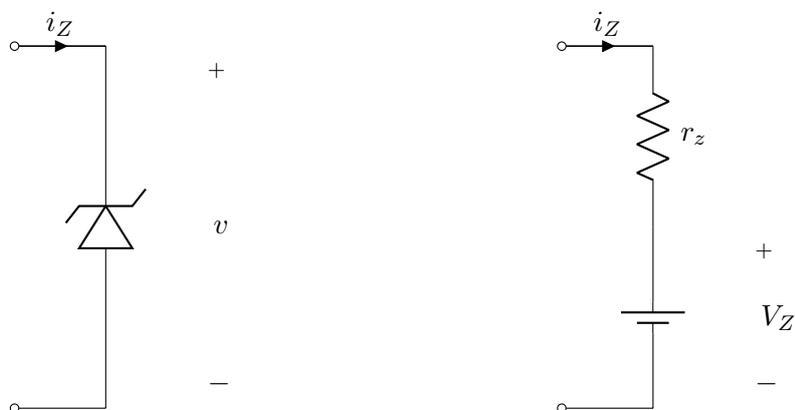
En el circuito de arriba los diodos tienen $V_\gamma = 0,7V$. El zener tiene $V_Z = 7V$.



Comparar las caídas de ambos circuitos cuando $i > 0$.

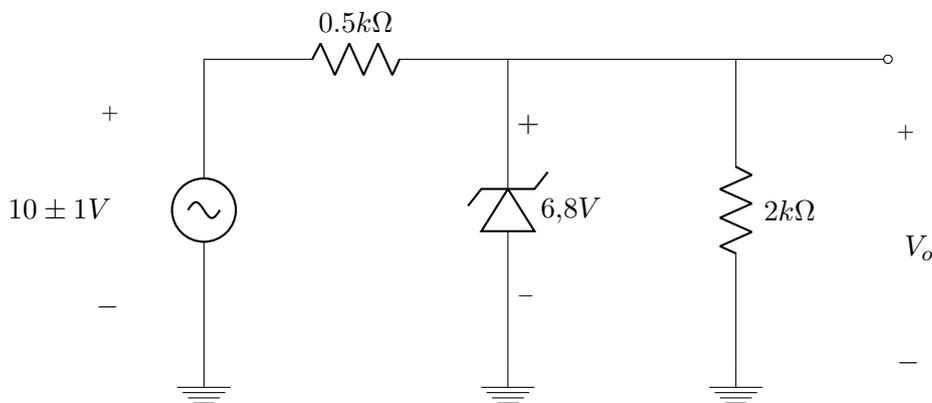
5.3. Modelo aproximado

Al igual que el diodo común, el zener presenta algunos comportamientos no ideales. El más notable es que, al trabajar en la zona de interés, el voltaje del zener varía un poco entorno a V_Z . Esta característica se contempla en un modelo de primer orden para el diodo. Cuando este conduce al revés, los dos diagramas de la figura son equivalentes:



5.4. Ejemplo de aplicación

En el diagrama se tiene una fuente con un voltaje que oscila entre $9V$ y $11V$. El circuito alimenta una carga resistiva $R_L = 2k\Omega$. Para darle a la carga un voltaje constante se emplea un zener como el del ejercicio anterior, con $V_Z = 6,8V$.



Usando un zener típico de $6,8V$, se puede ver (empleando el modelo de más arriba) que el voltaje en bornes de la carga vale:

$$V_o = 6,8V \pm 68mV$$

Por lo tanto se logra que las imperfecciones de la fuente se vean mitigadas en la carga. En la “entrada” del circuito (la fuente) el voltaje tiene una variación del 10%, mientras que la variación a la “salida” ($R_L = 2k\Omega$) es de tan solo 1%.

Contar con un componente que regule finamente la tensión en un punto del circuito es de gran utilidad para la primera parte del curso. El panel solar esencialmente se comporta como una fuente de corriente magnitud no-constante, ya que la irradiancia que le incide varía a lo largo del día. Para emplearlo como cargador de baterías, es necesario que la tensión sobre la batería se mantenga relativamente constante.

En el curso se empleará de vez en cuando algún diodo zener, pero para obtener voltajes constantes es más útil utilizar un regulador lineal de voltaje.

5.4.1. Ejercicio

El regulador de más arriba está modelado en *LTspice* en el archivo *regulador* (ubicado junto al link de este documento). Descargar el archivo, obtener el voltaje a la salida del circuito y comparar con el resultado teórico.