$\text{mcd}(a,b) = 18$, a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores,

$$q \in \mathbb{N}$$

$$a = 18\,q = 2 \cdot 3^2\, q$$

$$b = 18\,q' = 2 \cdot 3^2 \cdot q'$$

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$18 = 2^1 \cdot 3^2 \Rightarrow \text{div}_+(18) = (1+1)\cdot(2+1) = 2 \cdot 3 = 6$$

de acá ya tenemos 6 divisores (idea)

Supongamos que q' tiene algún primo p, que no sea 2 o 3.

$$q' = p^{\alpha} \cdot (\text{otros primos} \neq p)$$

$$b = 18 \cdot q' = 2^{\beta} \cdot 3^{\gamma} \cdot p^{\alpha} \cdot (\text{otros primos} \neq 2, 3, p)$$

$\circledast$ $\beta \geq 1$, $\gamma \geq 2$ $\alpha \geq 1$

$$\operatorname{div}_+(b) = \underset{\underset{2}{\vee|}}{(\beta+1)}\underset{\underset{3}{\vee|}}{(\gamma+1)}\underset{\underset{2}{\vee|}}{(\alpha+1)} \cdot \underset{\underset{1}{\vee|}}{(\text{otros factores})}$$

$\circledast$

$\Rightarrow \operatorname{div}_+(b) \geq 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 12$, absurdo porque $\operatorname{div}_+(b) = 10$

Entonces b sólo tiene 2 y 3 en su descomp. en factores primos

$b = 2^{\beta} \cdot 3^{\gamma}$ $\beta \geq 1$, $\gamma \geq 2$

$div_+(b) = \underset{\substack{\geq \\ 2}}{(\beta+1)} \underset{\substack{\geq \\ 3}}{(\gamma+1)} = 10$ $\leftarrow$ no puede ser por las desigualdades

y son naturales.

$\beta+1$ y $\gamma+1$ son naturales que multiplicados dan 10

$1 \cdot 10$

$2 \cdot 5$ $\gamma = 4$

$\gamma+1 \geq 3 \Rightarrow \gamma+1 = 5$, $\Rightarrow \beta+1 = 2 \Rightarrow \beta = 1$

Entonces $b = 2^1 \cdot 3^4 = 162$.

$b = 18 q'$, $2^1 3^4 = 2 \cdot 3^2 q' \Rightarrow q' = 3^2 = 9$

$a = 18 q$, $mcd(18q, 18q') = 18\, mcd(q, q') = 18$

$\Rightarrow mcd(q, q') = 1$

como $q' = 3^2$, q no tiene a 3 en su desc. en fact. primos

$a = 2^{\alpha'} \cdot 3^2 \cdot (\text{otros primos} \neq 2, 3)$ $\quad \alpha' \leq 1$ ⊙

$div_+(a) = \underbrace{(\alpha'+1)}_{\geq 2}\underbrace{(2+1)}_{= 3}(\text{otros factores}) = 21 = 7 \cdot 3$

$\Rightarrow (\alpha'+1)(\text{otros factores}) = 7 \Rightarrow \alpha'+1 = 7$ (no puede ser 1 por ⊙)

$\Rightarrow$ no hay más factores

$$d_{v_+}(a) = (\alpha'+1)(2+1) = 7 \cdot 3 = 21.$$

$$\underset{7}{\underset{\parallel}{(\alpha'+1)}} \quad \underset{3}{\underset{\parallel}{(2+1)}}$$

$$\Rightarrow \alpha' = 6 \quad \Rightarrow \quad a = 2^6 \cdot 3^2 = 576$$

Sea $p(x)$ un polinomio con coef. enteros.

Si $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow p(a) \equiv p(b) \pmod{m}$

o sea $m \mid (a-b)$

el resto de a y el de b son el mismo al dividir entre m

<u>ideas</u>

distintas expresiones de la definición de congruencia.

se puede usar las partes anteriores

escribir $a = mq + r$, $b = mq' + r$

escribir $p(x) = \alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \cdots + \alpha_2 x^2 + \alpha_1 x + \alpha_0$

$$\begin{array}{rcccccc} p(a) = & \alpha_n a^n & + & \cdots & + & \alpha_1 a & + \ \alpha_0 \\ & \equiv & & & & \equiv & \equiv \\ p(b) = & \alpha_n b^n & + & \cdots & + & \alpha_1 b & + \ \alpha_0 \end{array}$$

se deduce de la congruencia de la suma, el producto y la potencia (completar).