

$\text{mcd}(a,b) = 18$, a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ a = 18 q^{\text{IN}} = 2 \cdot 3^2 q \\ b = 18 q' = 2 \cdot 3^2 \cdot q' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \quad \swarrow \\ \quad \quad 9 \quad \swarrow \\ \quad \quad \quad 3 \quad \swarrow \\ \quad \quad \quad \quad 1 \end{array}$$

$$18 = 2^1 \cdot 3^2 \Rightarrow \text{div}(18) = (1+1) \cdot (2+1) = 2 \cdot 3 = 6$$

de aquí ya tenemos 6 divisores (idea)

Supongamos que q' tiene algún primo P ,
que no sea 2 o 3.

$$q' = P^\alpha \cdot (\text{otros primos} \neq P)$$

$$b = 18 \cdot q' = 2^{\beta} \cdot 3^{\gamma} \cdot P^{\alpha} \cdot (\text{otros primos} \neq 2, 3, P)$$

○ $\beta \geq 1, \gamma \geq 2, \alpha \geq 1$

$$\text{div}_+(b) = (\beta+1)(\gamma+1)(\alpha+1) \cdot (\text{otros factores})$$

○

$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{3}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{1}$
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

$$\Rightarrow \text{div}_+(b) \geq 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 12, \text{ absurdo porque } \text{div}_+(b) = 10$$

Entonces b sólo tiene 2 y 3 en su descomp. en factores primos

$$b = 2^{\beta} \cdot 3^{\gamma} \quad \beta > 1, \gamma > 2$$

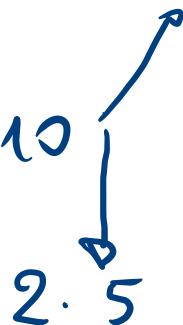
$$\text{div}_+(b) = (\underbrace{\beta+1}_{\sqrt{1}})(\underbrace{\gamma+1}_{\sqrt{1}}) = 10$$

y son naturales.

no puede ser
por las
des. igualdades
?

1. 10

$\beta+1$ y $\gamma+1$ son naturales que multiplicados dan 10



$$2 \cdot 5 \quad \gamma=4 \\ \beta=1$$

$$\gamma+1 > 3 \Rightarrow \gamma+1=5, \Rightarrow \beta+1=2 \Rightarrow \beta=1$$

$$\text{Entonces } b = 2^1 \cdot 3^4 = 162.$$

$$b = 18 q^1, \quad 2^1 3^4 = 2 \cdot 3^2 q^1 \Rightarrow q^1 = 3^2 = 9$$

$$a = 18 q^1, \quad \text{mcd}(18q^1, 18q^1) = 18 \text{ mcd}(q^1, q^1) = 18$$

$$\Rightarrow \text{mcd}(q^1, q^1) = 1$$

Como $q^1 = 3^2$, q^1 no tiene a 3 en su
 $\alpha' \leq^1 0$ descomp. en fact. primos
 $\alpha' \geq^2$

$$a = 2 \cdot 3 \cdot (\text{otros primos} \neq 2, 3)$$

$$\text{div}_+(a) = (2^1 + 1)(2^1 + 1)(\text{otros factores}) = 2^1 = 7 \cdot 3$$

$$\Rightarrow (2^1 + 1)(\text{otros factores}) = 7 \Rightarrow 2^1 + 1 = 7 \quad (\text{no puede ser } 1 \text{ por } \textcircled{O})$$

\Rightarrow no hay más factores

$$\vartheta_{v_+}(\alpha) = (\alpha^1 + 1)(\alpha^2 + 1) = 7 \cdot 3 = 21.$$

$\begin{matrix} " & " \\ 7 & 3 \end{matrix}$

$$\Rightarrow \alpha^1 = 6 \Rightarrow \alpha = 2^6 \cdot 3^2 = 576$$

Sea $p(x)$ un polinomio con coef. enteros.

Si $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow p(a) \equiv p(b) \pmod{m}$

o sea $m | (a-b)$

el resto de a y el de b
son el mismo al
dividir entre m

ideas

distintas expresiones
de la definición
de congruencia.

se puede usar las partes anteriores.

Escribir $a = mq + r, b = mq' + r$

Escribir $p(x) = \alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha_2 x^2 + \alpha_1 x + \alpha_0$

$$p(a) = \alpha_n a^n + \dots + \alpha_1 a + \alpha_0$$

$$p(b) = \alpha_n b^n + \dots + \alpha_1 b + \alpha_0$$

se deduce de la congruencia
de la suma, el producto y la potencia
(completar)