NÚMERO

Representación decimal

Polinomio

Representaciones en otras bases

ARBITRARIA

compara potencias $> <$

si tuviéramos doce dedos

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B

$A \cdot 1 = \cancel{A}$

$A \cdot 2 = \cancel{14}$

$A \cdot 1 = A$

$A \cdot 2 = 18$

$A \cdot 3 = 26$

Rep. en base b

Rep. en base 10 (lo que sabemos representar)

$a_n \cdots a_1 a_0$ representa al número $a_n b^n + a_{n-1} b^{n-1} + \cdots + a_1 b + a_0$

dígitos que son números enteros $\boxed{\text{entre } 0 \text{ y } b-1}$

A piensa un polinomio de coef. enteros no negativos.

B lo quiere adivinar
preguntando dos valores
del polinomio

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

$$P(0) = \underbrace{a_n \cdot 0^n}_{0} + \underbrace{a_{n-1} 0^{n-1}}_{0} + \dots + a_1 \cdot 0 + \underline{a_0} = a_0$$

$$P(1) = a_n \cdot \underline{1}^n + a_{n-1} \cdot \underline{1}^{n-1} + \dots + a_1 \cdot \underline{1} + a_0$$

$$= a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0$$, la suma de todos los coeficientes

$$P(10) = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0$$

Ej: Si el polinomio es $8x^3 + 4x + 7$ $(+0x^2)$

$P(10) = 8 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10 + 7 = 8000 + 40 + 7$

justo dio un número cuya expresión decimal tiene cada coeficiente en un dígito

$$\begin{array}{r} 8000 \\ 40 \\ 7 \\ \hline 8047 \end{array}$$

Si es $P(x) = 3x^2 + 12x + 2$

$P(10) = 3 \cdot 100 + 12 \cdot 10 + 2$

$P(100) = 3 \cdot 10000 + 12 \cdot 100 + 2$

$$\begin{array}{r} 300 \\ 120 \\ 2 \\ \hline 422 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 30000 \\ 1200 \\ 2 \\ \hline 3\,12\,02 \end{array}$$

Nos serviría encontrar un b que sea mayor que todos los coeficientes (que aún ni los conocemos)

Pero cuando lo tengamos, evaluar el polinomio en un número más grande y pasar a base b, nos va a dar los coeficientes

Si nos hace más fáciles las cuentas, mejor

$P(1) = 17$ (cantidad de cifras)

$100 > 17$, hacemos $p(100)$ y lo expresamos en base 100

$$P(100) = 31.202 = 3 \cdot 100^2 + 12 \cdot 100 + 2$$

$$\begin{array}{r|l} 31202 & 100 \\ \hline 2 & 312 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 312 & 100 \\ \hline 12 & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 3 & 100 \\ \hline 3 & 0 \end{array}$$

es la única representación de 31202 como un polinomio con coeficientes entre 0 y 99, evaluado en 100

$\to$ el polinomio es $3x^2 + 12x + 2$

Podemos elegir cualquier número mayor que $p(1)$
por ej. 20.

$$P(20) = 1442 = \underset{\sim}{3} \cdot 20^2 + \underset{\sim}{12} \cdot 20 + \underset{\sim}{2}$$

$$\begin{array}{rl}
1442 & \underline{|\,20\,} \\
140 & 72 \;\; \underline{|\,20\,} \\
42 & 60 \;\;\; 3 \;\; \underline{|\,20\,} \\
40 & 12 \;\;\; 3 \;\;\; 0 \\
2 &
\end{array}$$

Podíamos también pedir $P(18)$

Pero son más cuentas

si $4 \mid a^2 \Rightarrow 2 \mid a$

$36 \mid 36$

$4 \cdot 9 \mid 6 \cdot 6$

$$\left.\begin{matrix} 4 \mid a^2 \\ 2 \mid 4 \end{matrix}\right\} \to 2 \mid 4 \mid a^2 \Rightarrow 2 \mid a^2 \Rightarrow 2 \mid a \cdot a$$

I Usando que 2 es primo,

$2 \mid a$

$$4q = a^2 + 0$$

$$\sqrt{4q} = \sqrt{a^2} = a$$

$$\underbrace{2\sqrt{q}} = a$$

esto no sirvió porque

$\sqrt{q}$ no sabemos si es entero

II Usando el resto al dividir entre 2
(lo que llamamos "par" o "impar")

$$2 \mid 4 \mid a \cdot a \Rightarrow 2 \mid a \cdot a$$

Supongamos que $2 \nmid a$ (a es impar)
el resto de dividir a entre 2 es 1

$$\Rightarrow a = 2q + 1 \Rightarrow a^2 = (2q+1)^2 = \underbrace{4q^2 + 4q} + 1$$

$$= 4\underbrace{(q^2+q)} + \underset{\overset{\wedge}{4}}{1}$$

entonces el resto de dividir
a^2 entre 4 es 1, absurdo. porque $4 \mid a^2$
$\Rightarrow$ el resto de dividir a^2 entre 4 es 0.

$$a(a+1)(a+2) = a(a^2 + \underbrace{2a + a}_{3a} + 2) = a^3 + 3a^2 + 2a$$

$$= a(a^2 + 3a + 2)$$

Si

$a = 6q + 1 \Rightarrow a(a+1)(a+2) = (6q+1)(6q+2)(6q+3)$

$= (6q+1)(36q^2 + \underbrace{18q + 12q}_{30q} + 6)$ es múltiplo de 6

$(6q^2 + 5q + 1)6$

$6q+3,\ 6q+4,\ 6q+5$

Si $a = 6q+2$

$a(a+1)(a+2) = (6q+2)(6q+3)(6q+4)$

$= (6q+2)(\underbrace{36q^2 + 24q + 18q}_{\substack{6q\cdot(\text{algo}) \\ \text{múltiplo de } 6}} + \underbrace{12}_{\substack{\text{múltiplo} \\ \text{de } 6}})$

$a = 6q+3$

$(6q+3)(6q+4)(6q+5)$

$= (6q+5)\left(- \; - \; - \; - \cdots + 12 \right)$

$6q \cdot \text{alg}$