

Ejemplos de ejercicios de discusión

$$\begin{cases} \mu x - y + z = \mu - 3 \\ x + y + \mu z = 0 \\ (\mu + 1)x + (\mu + 1)y = 3\mu \end{cases}$$

Escribimos la matriz ampliada del sistema es:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & \mu & \vdots & 0 \\ \mu & -1 & 1 & \vdots & \mu - 3 \\ (\mu + 1) & (\mu + 1) & 0 & \vdots & 3\mu \end{array} \right)$$

Intercambiamos la fila 1 y la fila 2.

Procedemos a escalarizarla, para lo cual dejamos la (nueva) primera fila fija y la utilizamos como "pivot" para combinar con las otras dos, obteniendo ceros en la segunda y tercera posición de la primera columna.

Las operaciones a realizar son las siguientes: A la segunda fila la sustituimos por $\mu F1 - F2$ y a la tercera la sustituimos por $(\mu + 1)F1 - F3$, obteniendo:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & \mu & \vdots & 0 \\ 0 & (\mu + 1) & (\mu^2 - 1) & \vdots & (3 - \mu) \\ 0 & 0 & (\mu + 1)(\mu) & \vdots & -3\mu \end{array} \right)$$

1- SI $\mu = -1$:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 4 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 3 \end{array} \right)$$

Sistema Incompatible (Justificar)

2-SI $\mu = 0$:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \vdots & 3 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 \end{array} \right)$$

Sistema Compatible Indeterminado.

SI $\mu \neq -1$ y $\mu \neq 0$ Sistema Compatible y Determinado. $Sol(S) = \left\{ \left(\frac{\mu}{\mu+1}, \frac{2\mu}{\mu+1}, \frac{-3}{\mu+1} \right) \right\}$

$$\begin{cases} \lambda x + y - z = \lambda \\ x + \lambda y - z = 1 \\ -x + y + \mu z = 1 \end{cases}$$

Escribimos la matriz ampliada del sistema, intercambiando dos filas, Indicar cuales filas se intercambiaron:

$$\begin{pmatrix} 1 & \lambda & -1 & \vdots & 1 \\ \lambda & 1 & -1 & \vdots & \lambda \\ -1 & 1 & \mu & \vdots & 1 \end{pmatrix}$$

Indicar las operaciones realizadas para pasar a la siguiente matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & \lambda & -1 & \vdots & 1 \\ 0 & 1 - \lambda^2 & \lambda - 1 & \vdots & 0 \\ 0 & 1 + \lambda & \mu - 1 & \vdots & -2 \end{pmatrix}$$

Indicar las operaciones realizadas para pasar a la siguiente matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & \lambda & -1 & \vdots & 1 \\ 0 & 1 - \lambda^2 & \lambda - 1 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & -(1 - \lambda)(\mu - 1) + (\lambda - 1) & \vdots & 2(1 - \lambda) \end{pmatrix}$$

Si $\lambda = 1$ entonces.....

Si $\lambda \neq 1$ la tercera ecuación del Sistema queda $(\mu)z = -2$ ¿Por qué? y por lo tanto se presenta la siguiente discusión:

1- $\lambda \neq 1$ y $(\mu) = 0$ Discutir este caso.

2- $\lambda \neq 1$ y $(\mu) \neq 0$ Discutir este caso, sin dejar de considerar el caso $(\mu) \neq 0$ y $\lambda = -1$

$$\begin{cases} x + 2y + z = 2 \\ x + 3y + \mu z = 1 \\ x + 2y + z = \lambda \end{cases}$$

Escribimos la matriz ampliada del sistema es:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & \vdots & 2 \\ 1 & 3 & \mu & \vdots & 1 \\ 1 & 2 & 1 & \vdots & \lambda \end{pmatrix}$$

Indicar los pasos realizados para pasar a la matriz escalerizada siguiente

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & \vdots & 2 \\ 0 & 1 & \mu - 1 & \vdots & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & \lambda - 2 \end{pmatrix}$$

Si $\lambda = 2$ Sistema Compatible Indeterminado. Justificar.

Si $\lambda \neq 2$ Sistema Incompatible. Justificar.