

Probar que hay dos vértices distintos con igual grado.

Grados posibles:  $1, 2, \dots, m-1 \Rightarrow$  La cantidad de grados posibles es  $m-1$  }  $m-1$  aristas

No puede haber grado 0 porque el grafo no sería conexo

Hay  $m$  vértices }  $m$  pilonas

(Hay al menos 2 vértices)  
si el vértice está conectado con todos los demás, tiene  $m-1$  aristas adyacentes (una por cada otro vértice)

Paloma  $\Rightarrow$

Hay dos vértices con igual grado  
(puede haber más según el caso)

$gr(v) = \text{cnt de aristas adyacentes a } v$

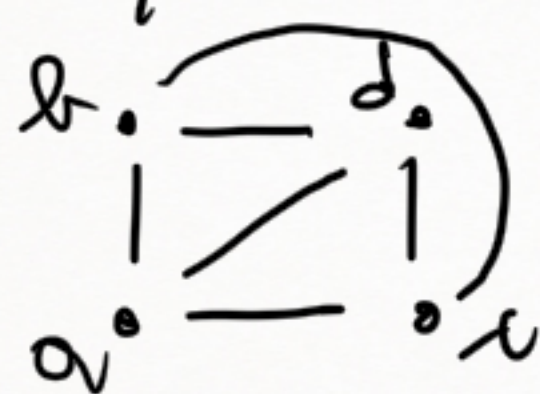


# Isomorfismo

Isomorfismo significa "misma forma" iso - igual morfo - forma

$G_1$  y  $G_2$  son isomorfas intuitivamente si son el mismo grafo dibujado  $\neq$ .

Quiz con nombres de vértices distintos





$$G_1 = (V_1, E_1)$$

$$G_2 = (V_2, E_2)$$

$$\varphi: V_1 \rightarrow V_2 \quad 1) \text{ biyectiva}$$

al pasar de un grupo al otro no se quitan ni se agregan aristas

2)

hay arista entre  $\underset{\substack{\uparrow \\ V_1}}{v_1}$  y  $\underset{\substack{\uparrow \\ V_1}}{v_1'}$

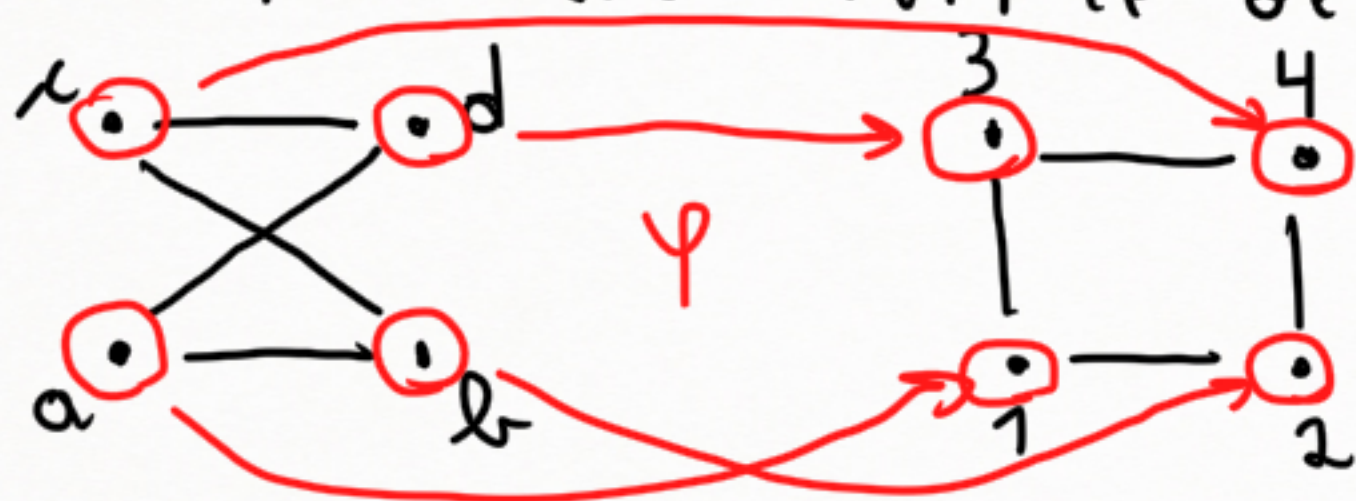
$\Leftrightarrow$

hay arista entre  $\underset{\substack{\uparrow \\ V_2}}{\varphi(v_1)}$  y  $\underset{\substack{\uparrow \\ V_2}}{\varphi(v_1')}$

$G_1$

$G_2$

La Función  $\varphi$  asocia a cada  $v_1 \in V_1$  su vértice correspondiente  $\varphi(v_1) \in V_2$ . En términos de deformación de grafos, la función  $\varphi$  indica a qué vértice de  $V_2$  va a parar cada vértice de  $V_1$ .



$$\varphi(a) = 1$$

$$\varphi(c) = 4$$

$$\varphi(b) = 2$$

$$\varphi(d) = 3$$

Obs: Dos grafos isomorfos tienen las mismas propiedades en términos de conexiones



## Ej 10

(a) No son isomorfos porque tienen propiedades distintas.

Alternativa 1: El de la izq tiene diámetro 3

El de la derecha tiene diámetro 4

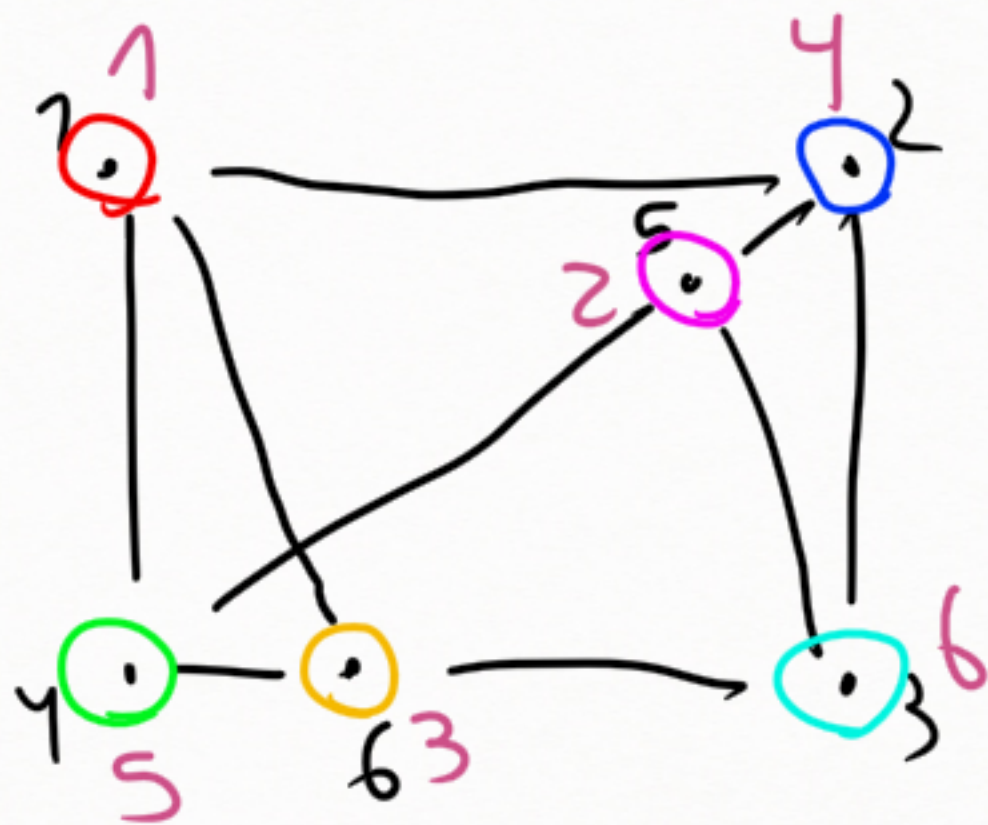
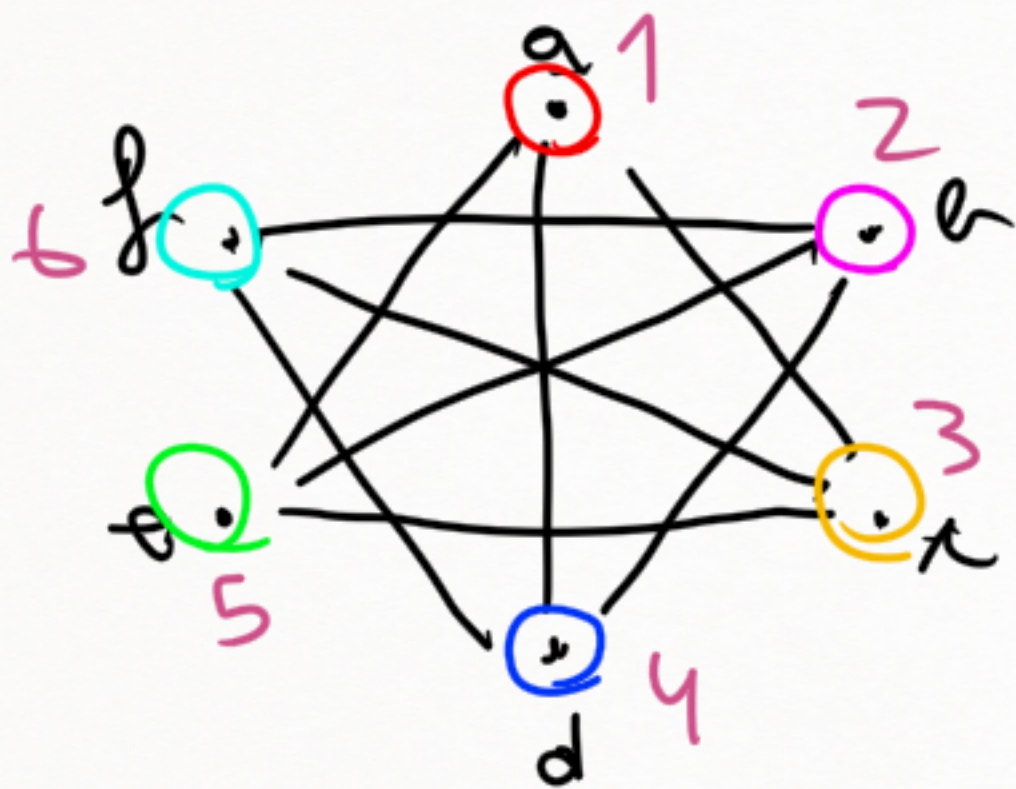
Si fueran isomorfos, tendrían el mismo diámetro.

Alternativa 2: El de la derecha tiene un ciclo de largo 4 formado por 4 vértices de grado 3

El de la izquierda no  
una arista entre ellos

$\Rightarrow$  No son isomorfos.

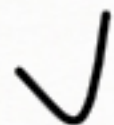




Mirar uno por uno que las aristas sean las mismas



se cumple en  
ambos lados



$$\varphi(a) = 1 \quad \varphi(b) = 5$$

$$\varphi(c) = 6 \quad \varphi(d) = 2 \quad \text{etc.}$$

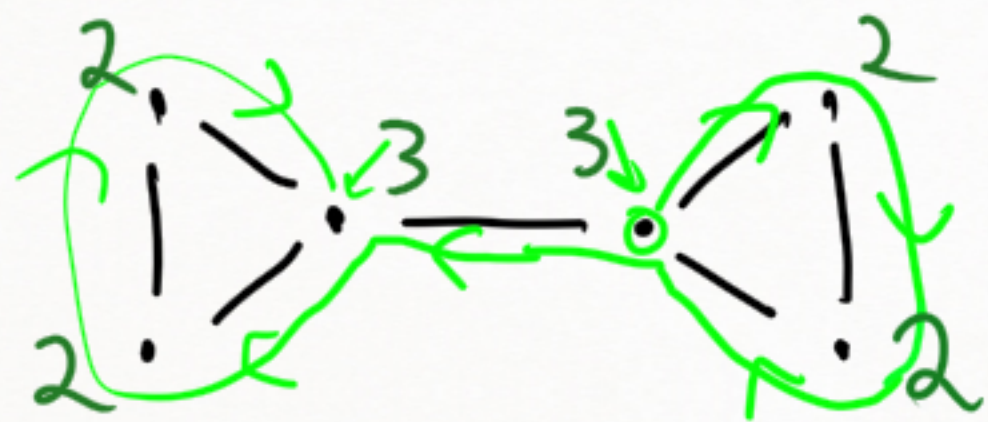
verificar lo mismo  
con las otras comb.



# Grafos eulerianos

Recorrido euleriano: Recorrido que pasa por todos los aristas

Circuito euleriano: Circuito que pasa por todos los aristas  
(Por def de recorrido y circuito, no se repiten las aristas)



Recorrido euleriano

Corolario

$G = (V, E)$  grafo conexo

$G$  tiene recorrido euleriano  $\iff$  hay dos vértices con grado impar y el resto tiene grado par



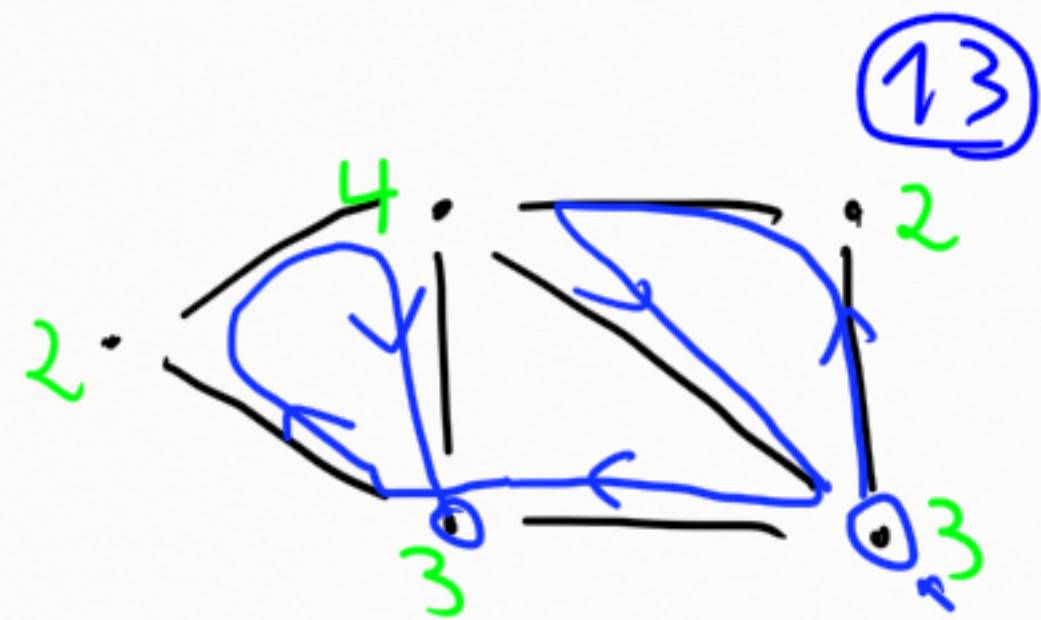
circuito euleriano

Teorema

$G = (V, E)$  grafo conexo

$G$  tiene circuito euleriano  $\iff$  todas las vértices tienen grado par



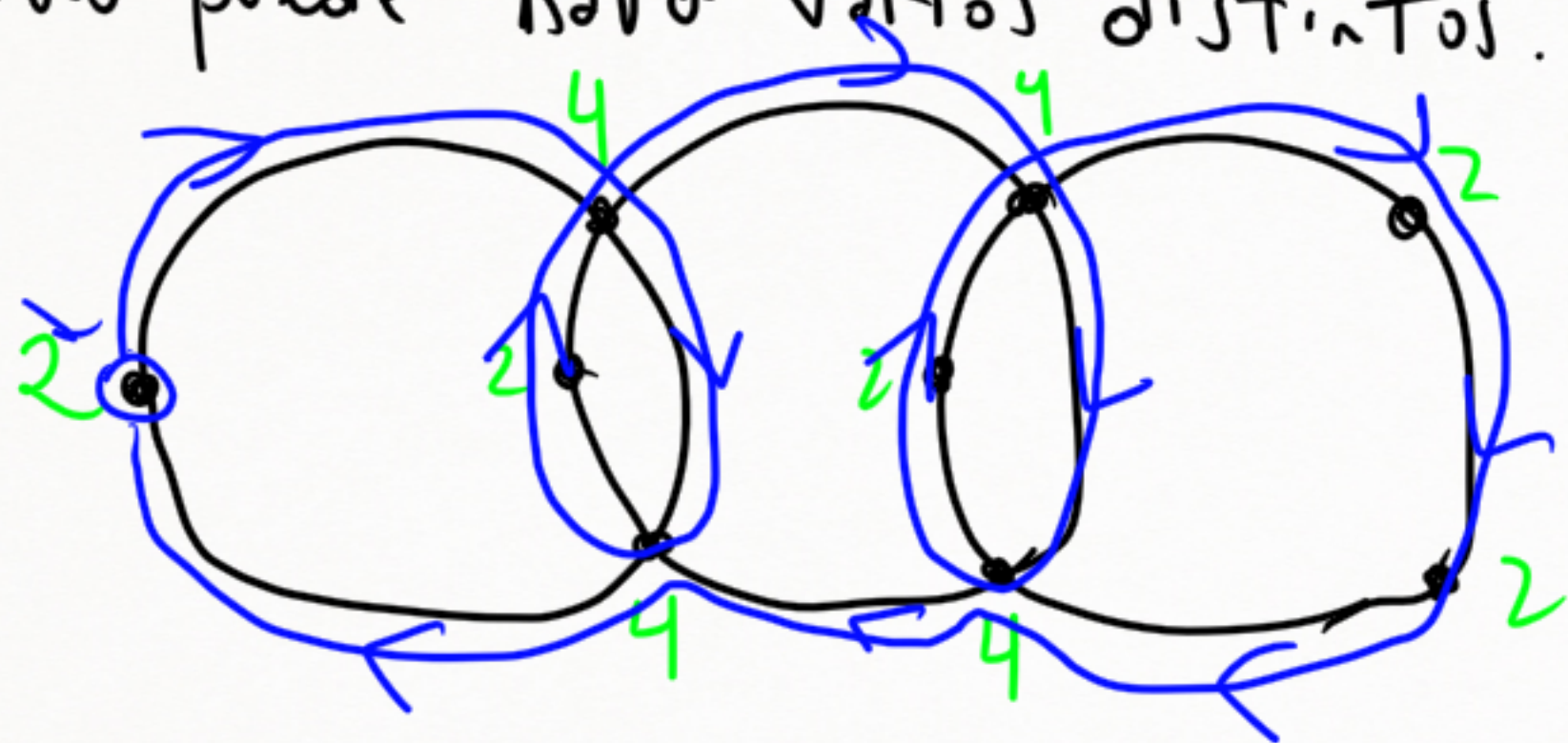


Para saber si existe recorrido o circuito Euleriano  
miramos los grados.

2 de grado impar y el resto par  
 $\Rightarrow$  recorrido euleriano.

(arranca y termina en los de grado impar)

Todos los recorridos eulerianos arrancan y terminan en los de grado impar  
pero puede haber varios distintos.



todos pares  $\Rightarrow$  hay circuito



$G_1, G_2$   $\varphi$  isomorfismo entre  $G_1$  y  $G_2$

hay distancia entre  $a$  y  $b$   $\Leftrightarrow$  hay distancia entre  $\varphi(a)$  y  $\varphi(b)$   
en  $G_1$  en  $G_2$

equivalente a:

no hay distancia entre  $a$  y  $b$   $\Leftrightarrow$  no hay distancia entre  $\varphi(a)$  y  $\varphi(b)$   
en  $G_1$  en  $G_2$

equivalente a

hay distancia entre  $a$  y  $b$   $\Leftrightarrow$  hay distancia entre  $\varphi(a)$  y  $\varphi(b)$   
en  $\overline{G_1}$  en  $\overline{G_2}$

equivalente a

$\varphi$  es isomorfismo entre  $\overline{G_1}$  y  $\overline{G_2}$



