

Distintas Formas de contar ciclos

Teniendo en cuenta vértice inicial y orientación



Hay 6 ciclos distintos

$abca$ $acba$
 $bacb$ $bcab$
 $cabc$ $cbac$

vértice inicial
3

orientación
2

$$\Rightarrow 2 \times 3 = 6$$

Ciclo de m vértices:



vértice inicial
 m

orientación
2

$$\Rightarrow 2m$$

ciclos distintos

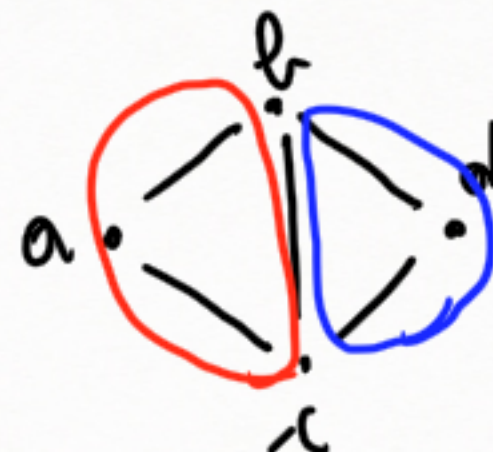
Sin importar vértice inicial ni orientación



1 único ciclo

Contar ciclos de largo m es contar subgrafos isomorfos a C_m

Ejemplo: ciclos de largo 3 en



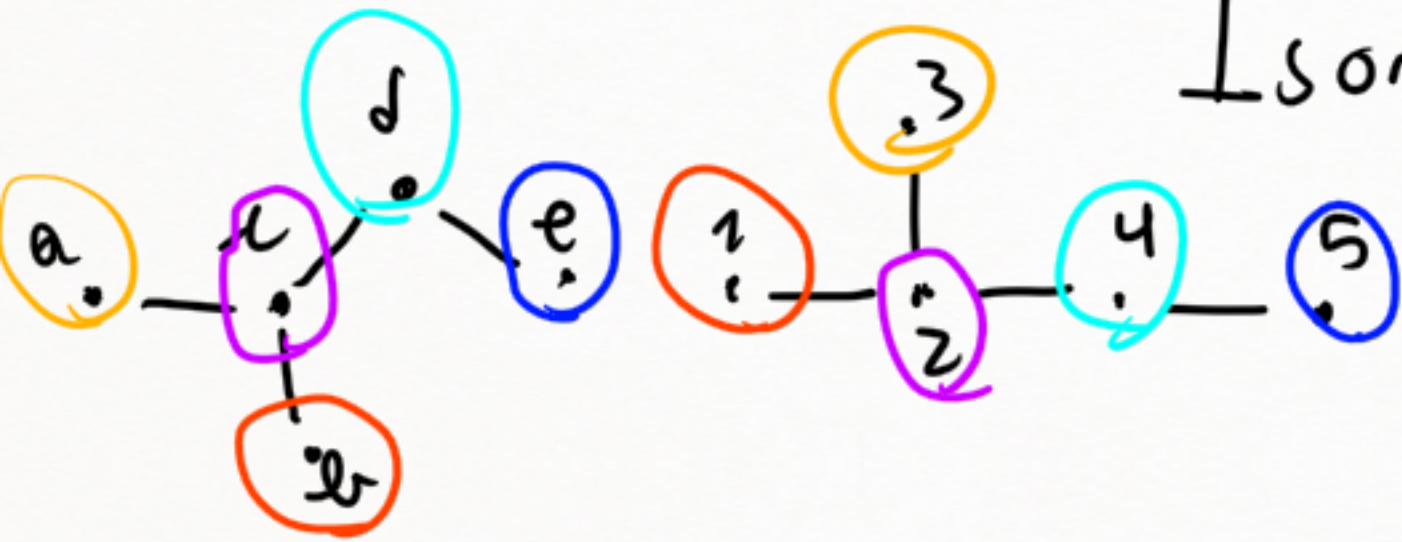
2 ciclos de
largo 3



2 subgrafos
isomorfos a C_3

Si las aristas tienen longitud fija

$$(\text{cont. ciclos importando} \text{ v\u00e9rtice inicial y orientaci\u00f3n}) = 2^m \times (\text{cont. ciclos sin importar v\u00e9rtice inicial ni orientaci\u00f3n})$$



Isomorfismo

Es el mismo grafo dibujado de otra forma y con otros nombres en los v\u00e9rtices

Grado de vértice (las aristas cuentan 2 veces)

$v \in V$ $gr(v) :=$ cantidad de aristas adyacentes a v

$$gr(a) = 2 \quad gr(b) = 3 \quad gr(c) = 3 \quad gr(d) = 2$$

$$\overset{1}{gr}(a) + \overset{1}{gr}(b) + \overset{1}{gr}(c) + \overset{1}{gr}(d) = 10 = 2 \times 5 = 2|E|$$

$$G = (V, E)$$



"cada arista suma 2 porque está contada una vez en cada uno de sus dos vértices"

Prop

$$G = (V, E)$$

$$\sum_{v \in V} gr(v) = 2|E|$$

Corolario

$$G = (V, E)$$

$$\sum_{v \in V} gr(v) \text{ es par}$$

③ si se pudiera, tendríamos un grafo
no dirigido

$G = (V, E)$ V : 9 estudiantes

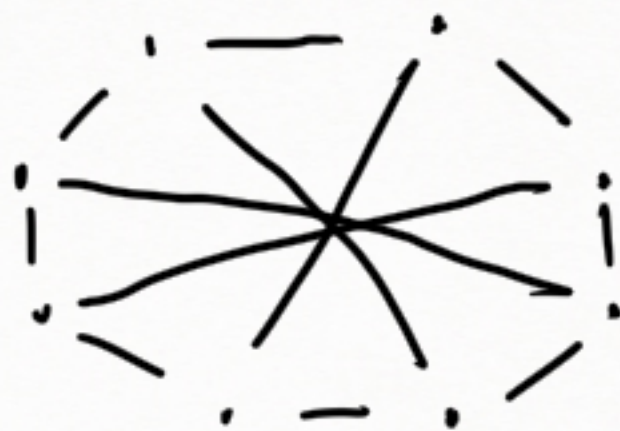
E : cristo entre a y $b \Leftrightarrow a$ y b se mandan foto entre ellos.

$$gr(v) = 3 \quad \sum_{v \in V} gr(v) = \sum_{v \in V} 3 = 3 \sum_{v \in V} 1 = 3 \times |V| = 3 \times 9 = 27$$

Abs! No puede dar lugar

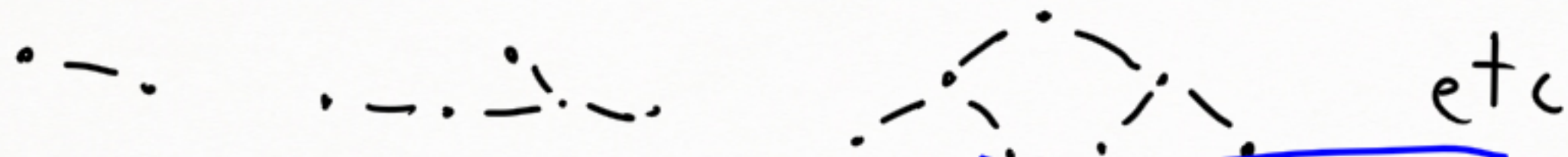
$\Rightarrow$ No se puede

Obs: 8 est. si se puede



$$gr(v) = 3 \quad \forall v$$

⑨ $G = (V, E)$ árbol (conexo acíclico)



Prop: $G = (V, E)$ árbol $\Rightarrow |E| = |V| - 1$

8

árbol con ④ vértices gr 2 ① vértice gr 3 ② vértices gr 4 ① vértice gr 5

Aparte de eso tiene vértices de grado 1: hojas.

v_1 := cantidad de vértices de grado 1 (incógnita a hallar)

2 ingredientes: $\sum_{v \in V} \text{gr}(v) = 2|E|$ $|E| = |V| - 1$ $|V| = 8 + v_1$

$$\sum_{v \in V} \text{gr}(v) = 4 \times 2 + 1 \times 3 + 2 \times 4 + 1 \times 5 + v_1 \times 1 = 2|E| = 2(|V| - 1) = 2(v_1 + 7)$$

4 gr 2 1 gr 3 2 gr 4 1 gr 5 v_1 gr 1

$$\Leftrightarrow 4 \times 2 + 1 \times 3 + 2 \times 4 + 1 \times 5 + v_1 = 2v_1 + 14 \quad \Leftrightarrow 24 + v_1 = 2v_1 + 14$$

$$\Leftrightarrow v_1 = 10$$

①

3 personas que se conocen entre sí:

3 personas que no se conocen:



Ir separando en casos y viendo que en cada caso se cumple alguna de las dos (separa en subcasos también).

① G no es conexo

Si hay 3 comp. conexos o más.

Agarro una persona de cada uno y son 3 que no se conocen

si hay 2 comp. conexos

en uno comp. hay 2 que no se conocen



esas 2 y una de la otra no se conocen

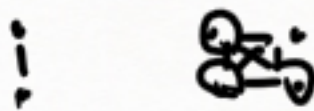


en ambos CC todos se conocen entre sí.



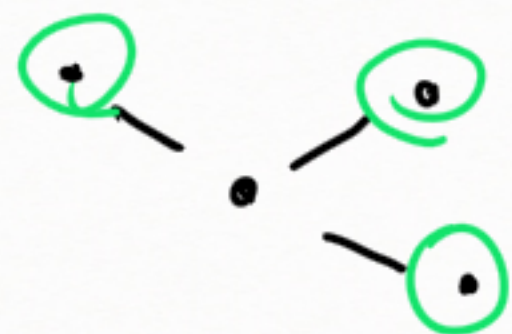
una CC tiene 3 o más.

$\Rightarrow$ 3 se conocen entre sí.



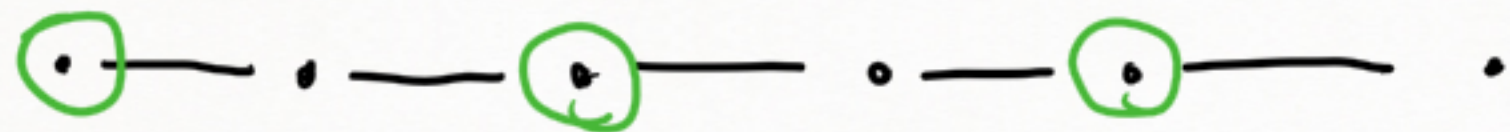
② G conexo.

2.1 G árbol. Tiene que haber 3 que no se conocen, sino hay ciclo.
sup. que hay un vértice de grado ≥ 3



no pueden estar conectados

G árbol con todos los vértices de grado ≤ 2

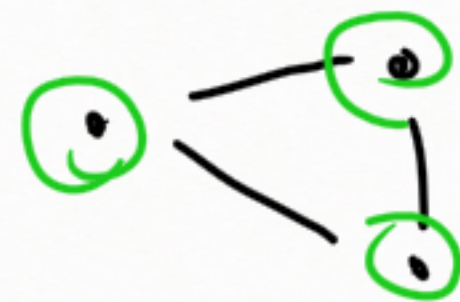


el único que cumple la cond.

Si G no es un árbol $\Rightarrow$ Tiene ciclo. Vamos a separar en casos
si tiene un ciclo de largo 3, 4, 5 o 6

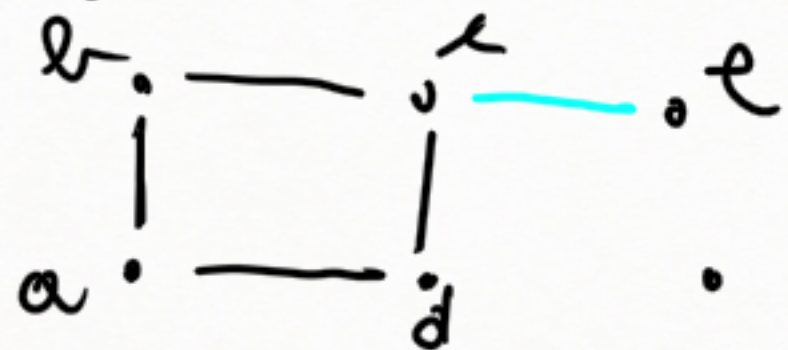
② G conexo

2.2 Hay algún ciclo de largo 3.



$\exists$ q se conocen entre sí.

2.3 Hay algún ciclo de largo 4.



Si b conoce a d
 o a conoce a c
 $\Rightarrow$ 3 personas se conocen entre sí.

sup. que no.
 Como G es conexo, e está conectado con alguno.
 sup. que c

Si e conoce a b o a d $\Rightarrow$ 3 que se conocen entre b, c, e o d, c, e
 sino b, e, d no se conocen

2.4 ciclo de largo 5 ⁽²⁾ G conexo



f está conectado con alguno. Supongo que es x .

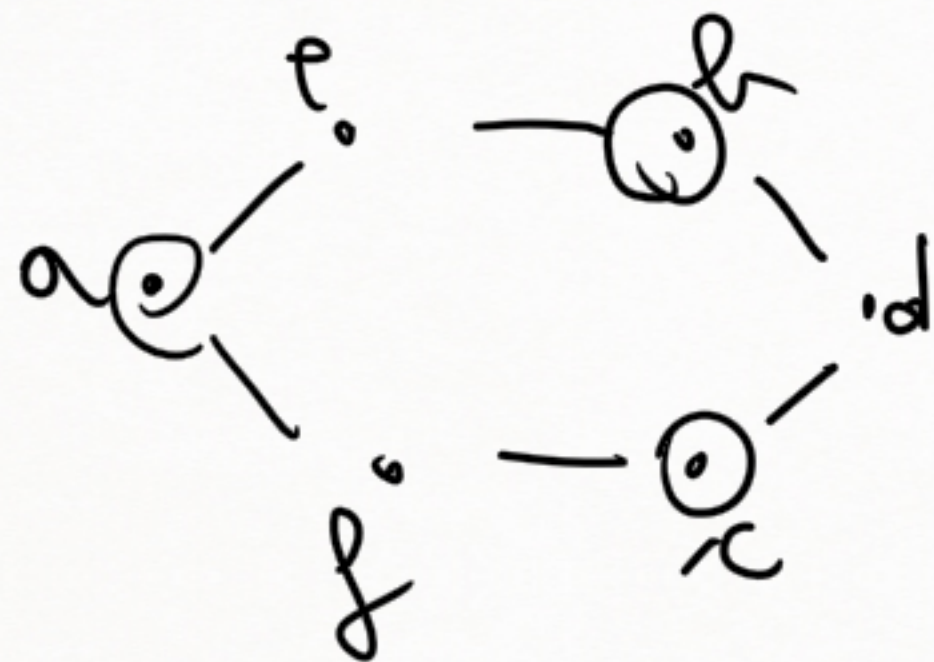
si f tb está conectado con $a \Rightarrow a f x$ se conocen

si f tb está conectado con $b \Rightarrow x f b$ se conocen

si a está conectado con $b \Rightarrow a b x$ se conocen

si ninguno de los 3 se cumple $a b f$ no se conocen

2.5 ② G conexo
 ciclo de largo 6



si a y h se conocen $\Rightarrow a$ y e se conocen
 si a y e se conocen $\Rightarrow a$ y f se conocen
 si h y x se conocen $\Rightarrow h$ y d se conocen
 sino a y x no se
 conocen