

P7 Ej 4

A conjunto de 61 personas
 R relación de descendencia aRb : a es descendiente de b .

$\Rightarrow$ Hay una cadena de 13 personas o una antichain de 6.

Cadena	Antichain
!	...

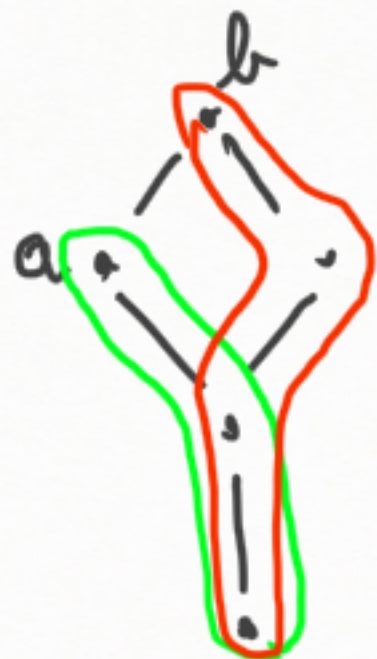
Se puede demostrar mediante el Teo de Dilworth, pero lo vamos a hacer sin ese teorema.

Voy a definir el nivel de un elemento para este ejercicio.
 No es un concepto del teórico, es una herramienta.

El nivel de un $a \in A$ es el tamaño* de la cadena más grande que termina en a .

$n(a)$

* cantidad de líneas



$$n(a) = 2$$

$$n(b) = 3$$



$$n(c) = 3$$

$$n(d) = 0$$

si $m(a) = m(b)$ ¿Pueden estar relacionados?

La cadena más grande que termina en a tiene el mismo tamaño que la cadena más grande que termina en b .

Supongamos por absurdo que $a < b$

Cadena más grande que termina en a



La cadena ψ' es más grande que la cadena ψ

$$\Rightarrow m(a) < m(b)$$

Absurdo!

de Forma análoga, si $b < a \Rightarrow m(b) < m(a)$

Concluyo: la única forma de que $m(a) = m(b)$ es que no estén relacionados.

Hay que probar : $\begin{cases} \text{hay cadena de 13 personas} & A \\ \text{hay antichains de 6 personas} & B \end{cases}$

En algunos casos pasa A y en otros pasa B. Hay que probar que si no pasa A $\Rightarrow$ pasa B, Hay que probar $(\text{no } A) \Rightarrow B$ (equiv $(\text{no } B) \Rightarrow A$)

Supongamos que A no se cumple. Intentemos probar que B se cumple
A no se cumple : las cadenas tienen a lo sumo 12 personas $\oplus$

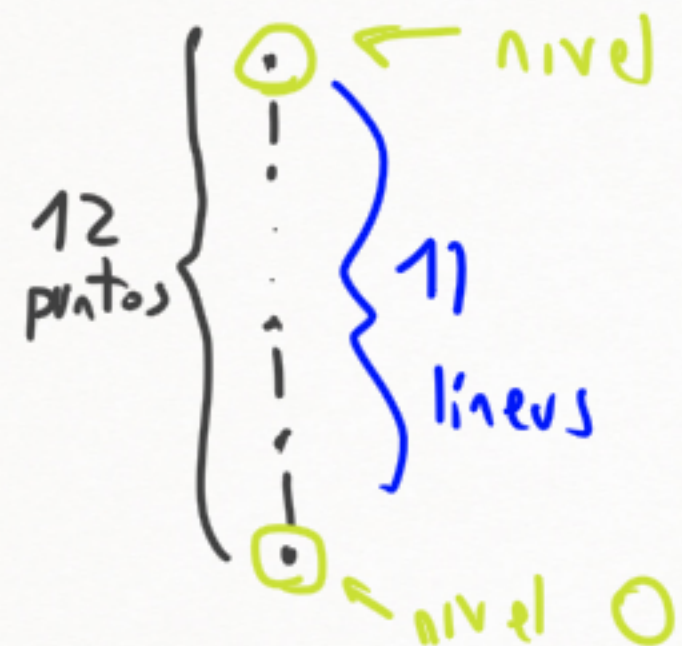
$\Rightarrow$ los posibles niveles son $0, 1, 2, \dots, 11$ (contamos las líneas)

$\Rightarrow$ La cantidad de niveles posibles es 12

Personas hoy $61 = 12 \times 5 + 1$

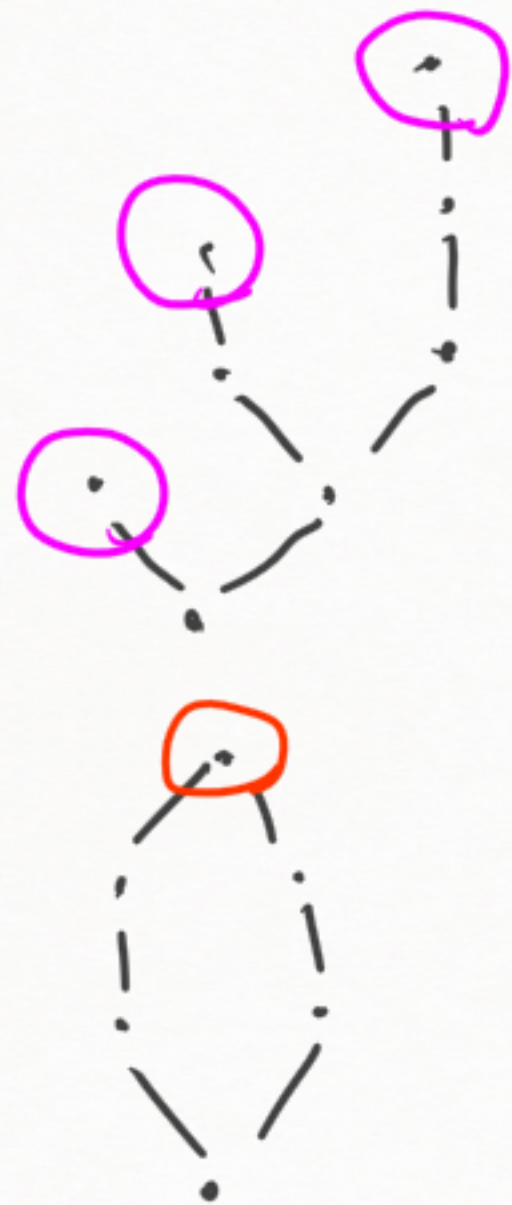
$\Rightarrow$ Algún nivel debe aparecer 6 veces
Espeque de Palomón $\Rightarrow$ 6 personas al mismo nivel

$\Rightarrow$ Forman antichains de 6 B



⑨ M es máximo $\Leftrightarrow \forall a \in A$ $a \leq M$

$x \in A$ es maximal $\Leftrightarrow x$ no tiene a nadie arriba



los 3 son maximales ninguno es máximo.

es maximal y máximo

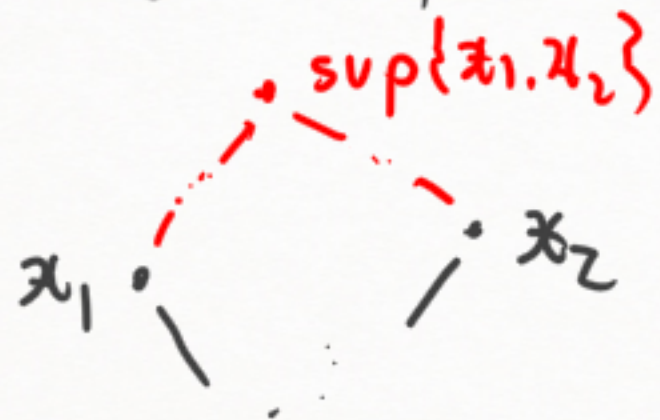
Prop: si hay un único maximal $\Rightarrow$ es máximo

Por otra parte, si hay maximales $\neq \Rightarrow$ no hay máximo

Sea $(A, \leq)$ retículo $\Rightarrow$ hay máximo

¿pueden haber 2 máximos? No.

Supongamos que $x_1 \neq x_2$ son máximos. $\Rightarrow x_1 \not\leq x_2$ y $x_2 \not\leq x_1$

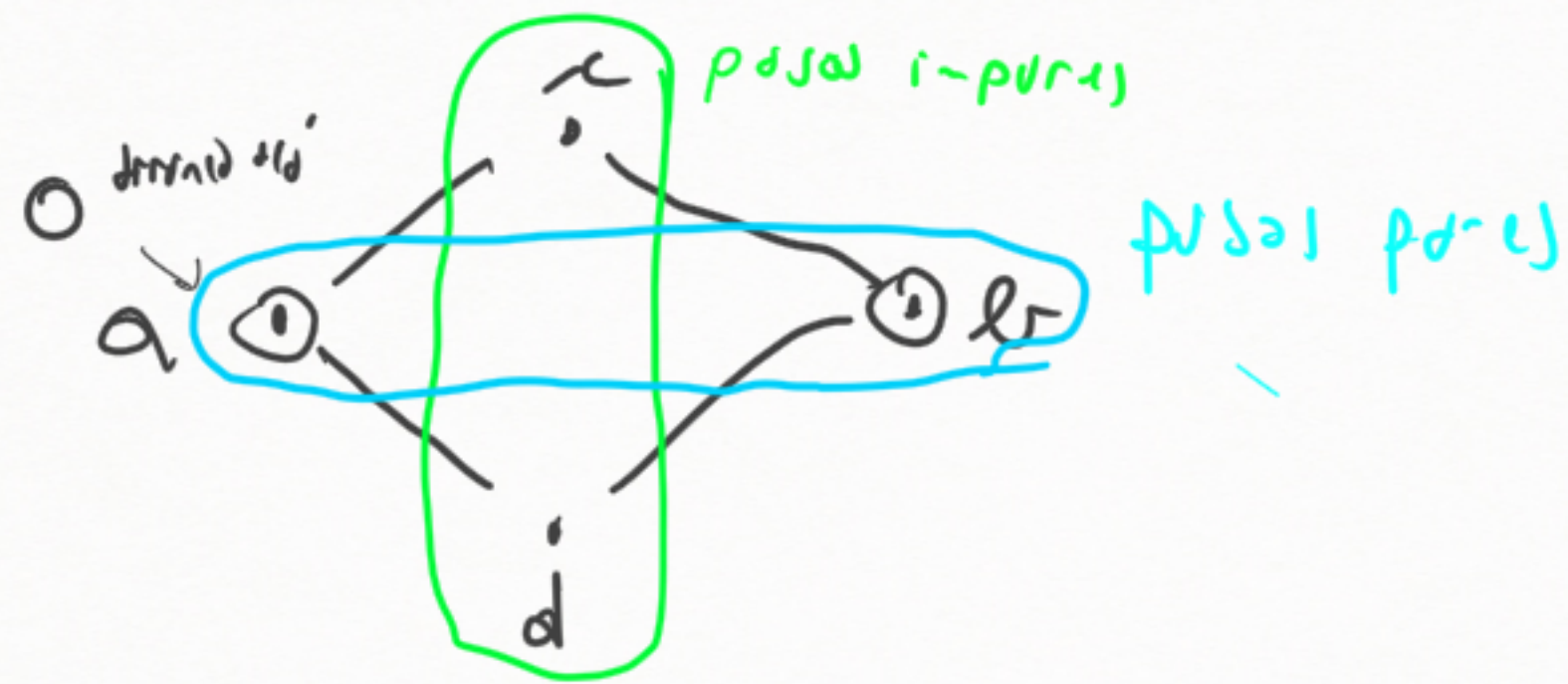


Como estamos en un retículo $\Rightarrow \exists \sup\{x_1, x_2\}$
Todo conjunto de 2 elementos tiene supremo (def)

$\Rightarrow x_1$ y x_2 no son máximos porque tienen a $\sup\{x_1, x_2\}$ arriba
Abi!

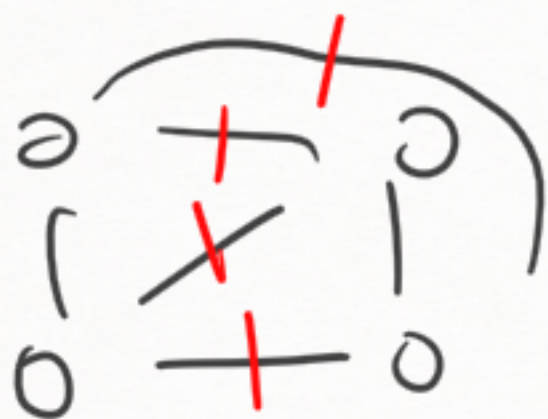
$\Rightarrow$ No hay dos máximos distintos

$\Rightarrow$ Hay un único maximal, el cual es máximo (por ser único maximal)
Hay un maximal x_q A es finito (arranco en un lugar y voy yendo para arriba, en algún momento llego a un maximal)

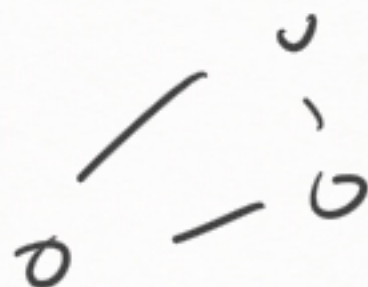


$$\begin{array}{ccccccc}
 a & x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_{m-1} & b \\
 \uparrow & \uparrow & \uparrow & & & \uparrow & \\
 \epsilon & a & \epsilon & & & \epsilon & \\
 d & l & d & & & d & \\
 2 & 2 & 2 & & & 2 & \\
 \underbrace{\hspace{10em}} & & & & & & \\
 2^{m-1} & & & & & &
 \end{array}$$

m dube so pur

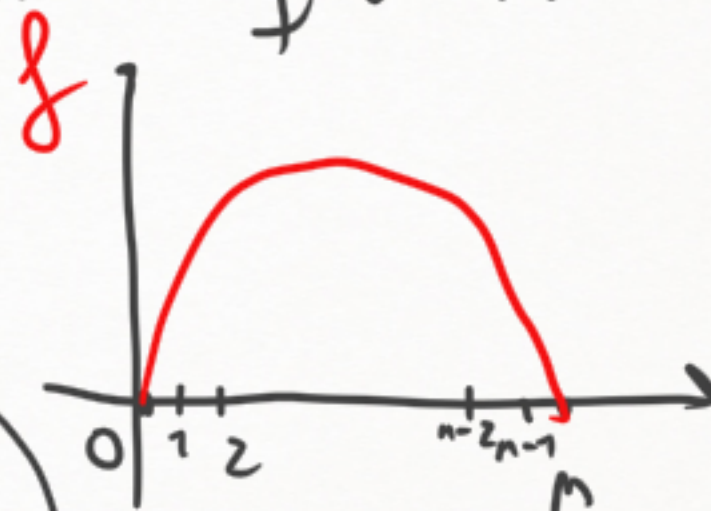


0



$$f(k) = k(n-k)$$

Encontrar k que minimize

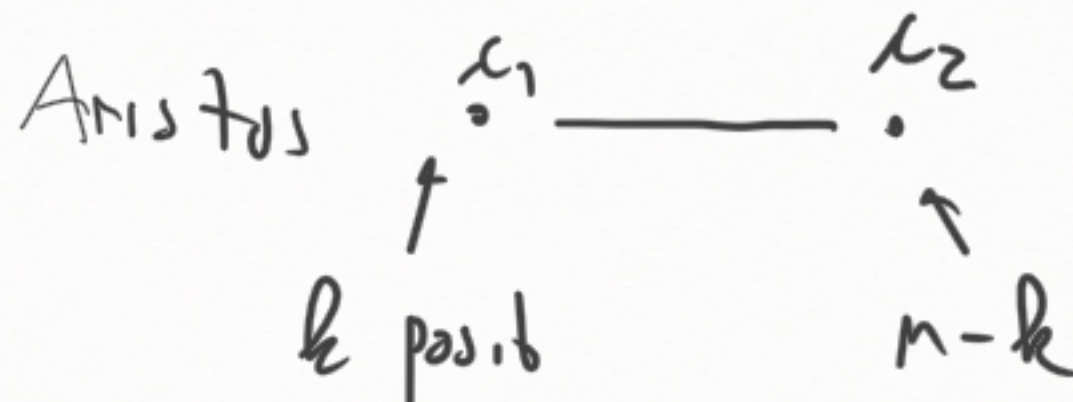


$\Rightarrow$ mínimo
 $k=2$ o $n-2$

$$f(2) = 2(n-2) = 2n-4$$

Cont. aristas entre C_1 y C_2

$$k \times (n-k)$$



$$2 \leq k \leq n-2$$

