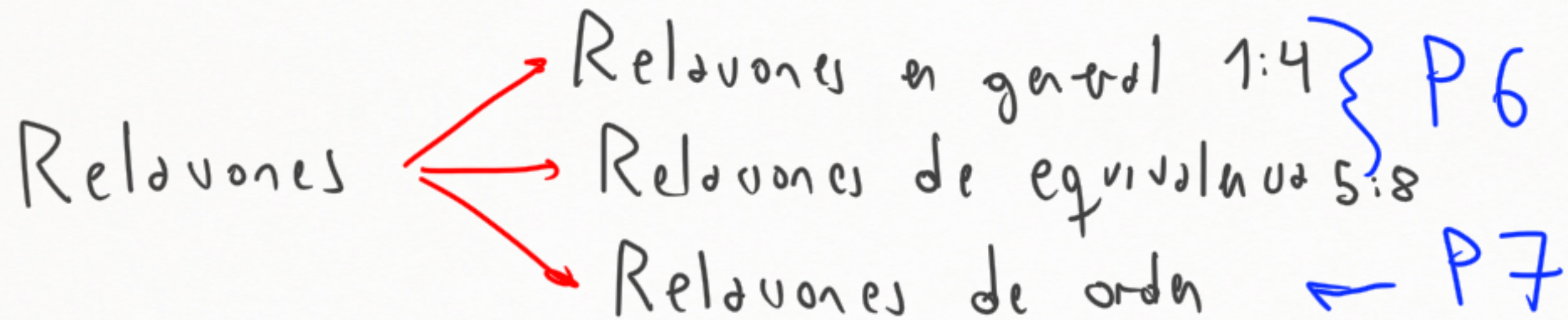


2^{da} mitad del curso

- Relaciones (1 semana)
- Grafos (4 semanas)
- Repaso y prep 2^{do} parcial (2 semanas)



Relaciones

$P = \{ \text{Juan, Maria, Agustin} \}$

$H = \{ \text{Hotel}_1, \text{Hotel}_2 \}$

Matemáticamente

$E \subseteq P \times H$ E es un conjunto

de pares (p, h) donde $p \in P, h \in H$

$E = \{ (\text{Juan}, \text{Hotel}_1), (\text{Maria}, \text{Hotel}_2), (\text{Agustin}, \text{Hotel}_1), (\text{Agustin}, \text{Hotel}_2) \}$

Juan Fue al Hotel 1

Maria Fue al Hotel 2

Agustin Fue a ambos

E : relación que indica qué personas han estado en qué hoteles.

Bases de datos

Se usan tablas. 13 tablas

Personas

Nombre	Tel
Juan	X
Maria	X
Agustin	X

Hoteles

Nombre	Dirección
Hotel 1	X
Hotel 2	X

Estancias

Nombre persona	Nombre hotel
Juan	Hotel 1
Maria	Hotel 2
Agustin	Hotel 1
Agustin	Hotel 2

Representaciones de relaciones

Hay distintas formas de representar una relación

Conjunto de pares

$R = \{(1,3), (1,1), (3,1), (1,2), (3,3), (4,4)\}$

Relación en $A = \{1,2,3,4\}$

$R \subseteq A \times A$

cada $(x,y) \in R$ está formado por $x \in A$ y $y \in A$

$a \rightarrow b$ (a,b)

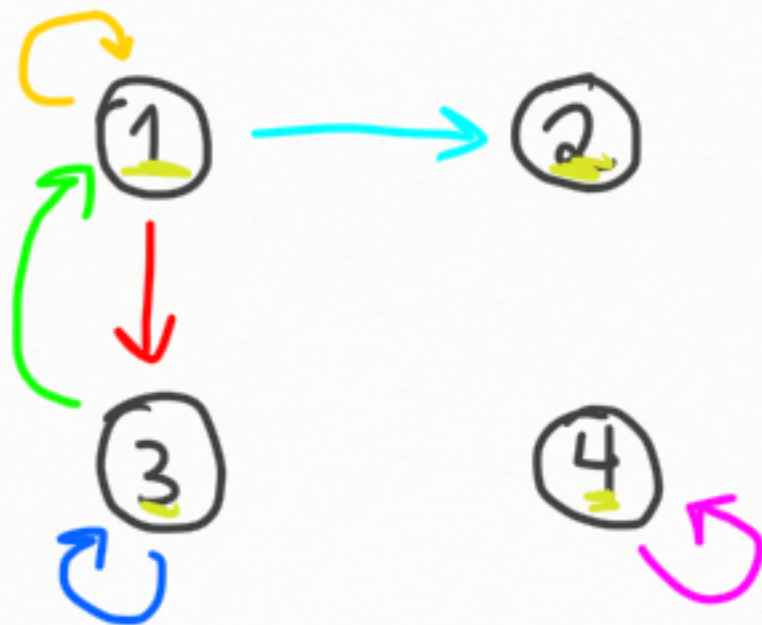
$a \leftarrow b$ (b,a)

El orden importa: Si a y b son personas y la relación representa "ser jefe de"

$(a,b) \rightarrow a$ jefe de b $(b,a) \rightarrow b$ jefe de a

Grafo dirigido

Un grafo dirigido son pelotas y flechas



Matriz

	1	2	3	4
1	1	1	1	0
2	0	0	0	0
3	1	0	1	0
4	0	0	0	1

a_{ij} : Fila i columna j

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } (i,j) \in R \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

$A = \{1, 2, 3, 4\}$
 $E: 1$
 $R = \{(1, 2), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (4, 1), (4, 2)\}$

$\begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$

• Reflexividad:
 R es reflexiva $\Leftrightarrow \forall a \in A \ aRa$

$(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4) \in R$ ✗

En términos de la matriz: R es refi
 $\Rightarrow$ diagonal todos 1

• Simetría: R es simétrica si
 si $aRb \Rightarrow bRa \quad \forall a, b$

En otras palabras: no puede
 pasar que aRb y $b \not R a$

$(1, 2) \in R$	$(2, 1) \in R \checkmark$	Es simétrica
$(1, 4) \in R$	$(4, 1) \in R \checkmark$	
$(2, 3) \in R$	$(3, 2) \in R \checkmark$	
$(4, 1) \in R$	$(1, 4) \in R \checkmark$	

En términos de la matriz, esta debe
 ser simétrica $M^T = M$

Simetría:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

diagonal espejo

- Irreflexividad: $\forall a \in A (a, a) \notin R$
Ningún $a \in A$ está relacionado con sí mismo

La diagonal son todos 0.

Irreflexividad $\neq$ no reflexividad

Ejemplo no reflexivo ni irreflexivo

no es irreflexiva

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

no es reflexiva

• Antisimétrica

$$aRb \text{ y } bRa \Rightarrow a=b$$

no pueden haber $a \neq b$
ta aRb y bRa

En nuestro caso, no lo
es porque " $1R2$ y $2R1$
 $(1,2) \in R$ $1 \neq 2$ $(2,1) \in R$ "

El ejemplo que estamos usando
no es antisimétrico.

Lógica $P \Rightarrow Q$

$$\text{no } (P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow P \text{ y } \text{no } Q$$

Ejemplo de rel. antisimétrica.

$$A = \mathbb{N} \quad aRb \Leftrightarrow a \leq b$$

$$aRb \text{ y } bRa \text{ es } a \leq b \text{ y } b \leq a \\ \Rightarrow a=b$$

El orden inclusivo ($\leq$) es una
relación antisimétrica.

$$R = \{(1,2), (1,4), (2,1), (2,3), (2,4), \\ (3,2), (4,1), (4,2)\}$$

R no es antisimétrica porque (x ej)

$$(1,2) \in R \text{ y } (2,1) \in R \text{ pero } 1 \neq 2$$

contraejemplo de

$$aRb \text{ y } bRa \Rightarrow a=b$$

• Asimétricos si $aRb \Rightarrow bRa$

Nuestro ejemplo no es asimétrico: Contra ej $(1,2) \in R$ $(2,1) \in R$

Si R es asimétrico no puede pasar aRa

$aRb \Rightarrow bRa$ a y b no tienen xq ser distintos

$aRa \Rightarrow aRa$ si $aRa \Rightarrow aRa$ Absurdo!

Ningún elem. puede estar relacionado con sígo mismo

R tiene que ser también irreflexiva

- R transitivo: aRb y $bRc \Rightarrow aRc$

Hoy que verificamos que a todo caso en que aRb y bRc , también aRc .

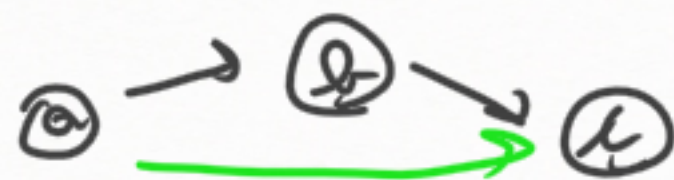
Si hay un contraejemplo, no es transit.

aRb y bRc pero $a \not R c$

En nuestro ejemplo, tomando $a=1$, $b=2$, $c=1$

$1R2$, $2R1$ pero $1 \not R 1 \Rightarrow$ no es transitivo

Grupos dirigidos:



Ej 3

Definiciones necesarias

$\overline{R}$ $a \overline{R} b \Leftrightarrow a R b$ Negación de R

R^{-1} $a R^{-1} b \Leftrightarrow b R a$ Inverso de R

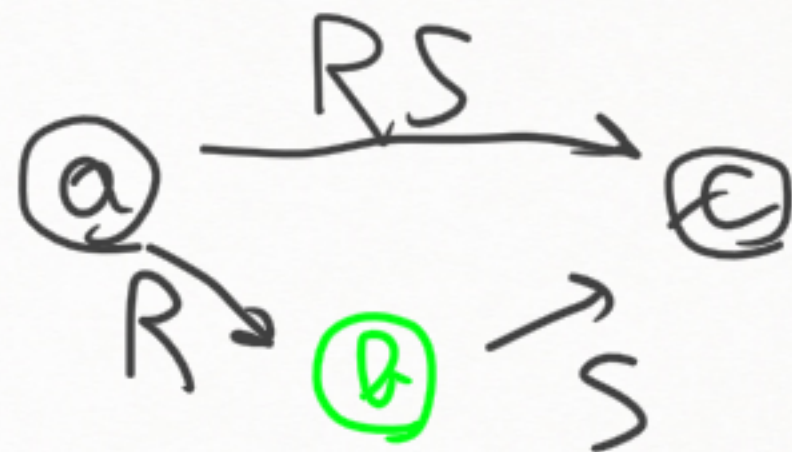
$R \cup S$ $R \cap S$ unión e intersección de conjuntos

$R \circ S = R \cdot S$ en teoría a veces se usa esa notación

$a R \cdot S c \Leftrightarrow \exists b \in A \ a R b \text{ y } b S c$

$R \subseteq A \times A$

$S \subseteq A \times A$



$$\left(\begin{array}{cccc} a_{11} & 1 & a_{13} & a_{14} \\ & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ & & a_{33} & a_{34} \\ & & & a_{44} \end{array} \right)$$

$$(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\neg Q \Rightarrow \neg P)$$

$$\neg \forall x P(x) \Leftrightarrow \exists x \neg P(x)$$

$$\frac{A \vee B}{A}$$

$$\frac{A \vee B}{B}$$

$$\frac{P \Rightarrow Q \quad P}{Q}$$