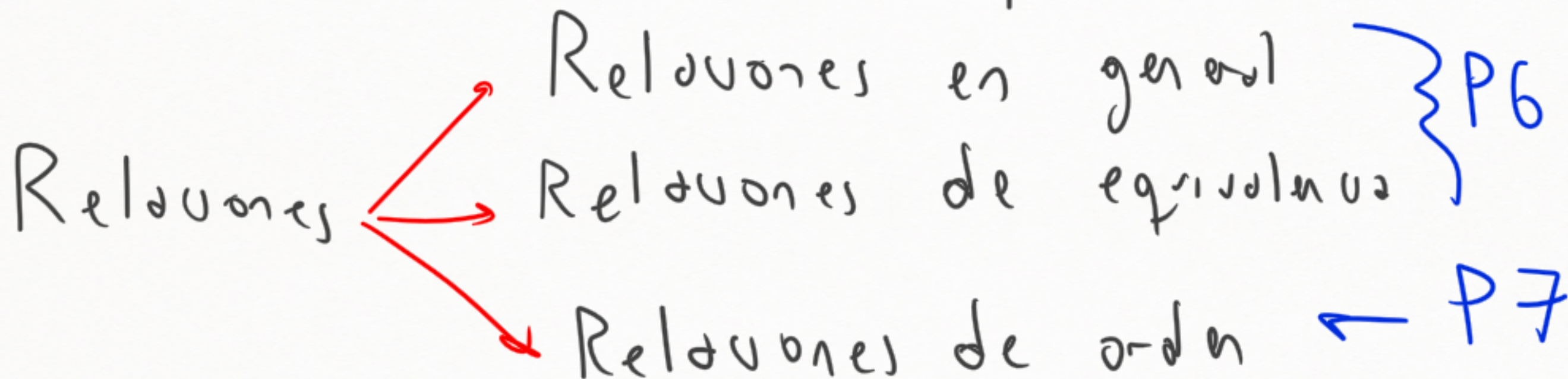


2^{do} mitad del curso

- Relaciones (esta semana)
- Grafos (el resto del curso)
- 2 últimos semestres de repaso y preparación 2^{do} parcial



Relaciones

Personas, Hoteles y queremos registrar quiénes fueron a qué hoteles.

Matemática

Conjuntos P , H para personas y hoteles
y una relación E para los estudios.

$$P = \{ \text{Juan, María, Sol} \}$$

$$H = \{ H_1, H_2 \}$$

$$E = \{ (\text{Juan}, H_1), (\text{María}, H_2), \\ (\text{Sol}, H_1), (\text{Sol}, H_2) \}$$

E es un conjunto de pares (p, h)
con $p \in P$, $h \in H$

$$E \subseteq P \times H$$

Prod. cartesiana

Base de datos

3 tablas: Personas, Hoteles, Estudios

Personas

Nombre-P
Juan
María
Sol

Hoteles

Nombre-H
H1
H2

Estudios

Nombre-P	Nombre-H
Juan	H1
María	H2
Sol	H1
Sol	H2

Representación de relaciones

Conjuntos de pares

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ elementos a relacionar.

R relación de A en A

$R \subseteq A \times A$

$R = \{ \underline{(1,2)}, \underline{(1,3)}, \underline{(1,4)}, \underline{(2,3)}, \underline{(2,4)}, \underline{(3,4)}, \underline{(2,2)} \}$

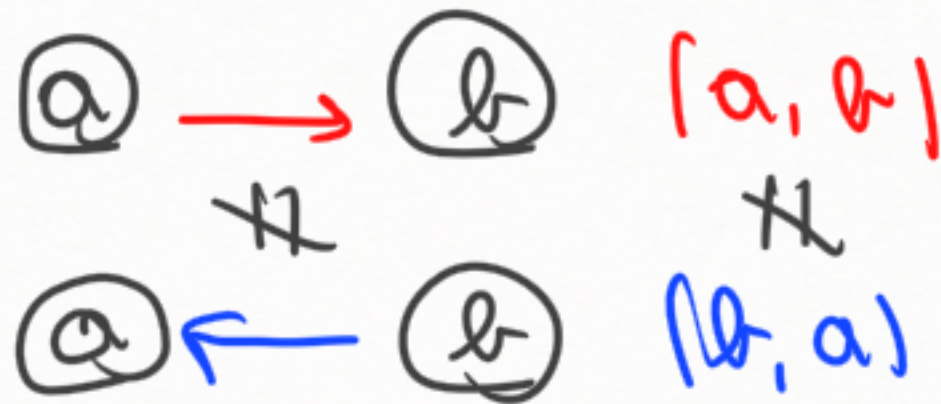
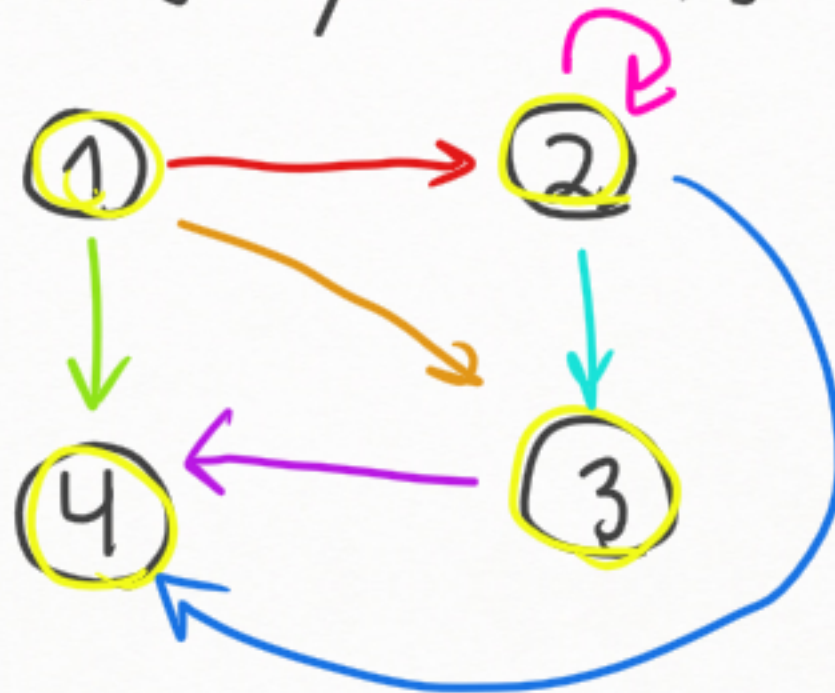
$(1,2) \neq (2,1)$

Ejemplo: R relación de jefe-empl.

$(a,b) \in R$ a jefe de b

$(b,a) \in R$ b jefe de a

Grafos dirigidos
Pelotas y Flechas



$(1,2) \in R$
Matrices

$(2,1) \notin R$

	1	2	3	4
1	0	1	1	1
2	0	1	1	1
3	0	0	0	1
4	0	0	0	0

Fila i
columna j $\begin{cases} 1 & \text{si } (i,j) \in R \\ 0 & \text{si } (i,j) \notin R \end{cases}$

$P \Rightarrow Q$ implicación

¿cuándo $P \Rightarrow Q$ es Falso?

$\text{no } (P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow \underbrace{P \text{ y } (\text{no } Q)}$

contrarejemplo

• R antisimétrica:

$aRb \text{ y } bRa \Rightarrow a=b$

Solo puede pasar que aRb
y bRa si $a=b$

R no es antisimétrica:

hay $a, b \in A$ tq aRb, bRa y $a \neq b$
contrarejemplo

Contrarecíproco

$\text{no } Q \Rightarrow \text{no } P$

es equivalente a $P \Rightarrow Q$

Contrarecíproco: $a \neq b \Rightarrow$ no puede pasar
 aRb y bRa

Ejemplo: $A = \mathbb{N}$ R relación $\leq$

$aRb \Leftrightarrow a \leq b$

$aRb \text{ y } bRa \Rightarrow a=b$

$a \leq b \text{ y } b \leq a \Rightarrow a=b$

¿cómo saber si R es antisim por la matriz.

Antisimétrico

El ejemplo de antes

$$\begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} = A$$

Contrareejemplo

$$i \neq j \Rightarrow \text{no } (i R j \text{ y } j R i)$$

$$i \neq j \Rightarrow \text{no } (A_{ij} = 1 \text{ y } A_{ji} = 1)$$

↖ (i, j) no está en la diag

Los que recuadré con el mismo color no pueden ser 1 los 2.

$$i=1, j=2 \rightarrow \text{no } (A_{12}=1 \text{ y } A_{21}=1)$$

$$i=1, j=3 \rightarrow \text{no } (A_{13}=1 \text{ y } A_{31}=1)$$

$$\text{si } A_{12}=1 \text{ y } A_{21}=1$$

$$1 R 2 \text{ y } 2 R 1, \text{ pero } 1 \neq 2$$

eso sería
contrarejemplo

$$(c) R = \{(1,3), (1,1), (3,1), (1,2), (3,3), (4,4)\}$$

No es antisimétrico. Contrarejemplo: $(1,3) \in R$, $(3,1) \in R$ $1 \neq 3$

sig

$$\begin{array}{c}
 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \\
 \begin{pmatrix}
 1 & 1 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1
 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

$$A_{13} = A_{31} = 1$$

R simétrica: $aRb \Rightarrow bRa$

R no es simétrica: $\exists a, b \in A$ t.q. aRb y $b \not R a$

$(\text{no } (P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow P \text{ y no } Q)$ si $\exists a, b$ aRb y $b \not R a \Rightarrow$ no es simétrica

Lo diferente con antisimétrica es que el contraejemplo puede ser $a=b$

Contraejemplos $\begin{cases} \text{antisimétrica} & aRb, bRa, a \neq b \\ \text{simétrica} & aRb, bRa \end{cases}$

si $\exists a$ t.q. $aRa \Rightarrow$ no es simétrica.

$(a=b \text{ contraej: } aRa \text{ y } aRa \Leftrightarrow aRa)$

Antisimétrico: La matriz puede tener cualquier cosa en la diag
Asimétrico: En la diagonal todos son 0 (sino contradice a R)

- R reflexiva $\forall a \in A$ aRa
- R irreflexiva $\forall a \in A$ $a \not R a$

$$\begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & \triangle \\ \triangle & & & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & \triangle \\ \triangle & & & 0 \end{pmatrix}$$

R puede no ser reflexiva ni irreflexiva

$$\begin{pmatrix} 1 & & \\ & 0 & \\ & & \triangle \\ \triangle & & & 1 \end{pmatrix}$$

no es
reflexiva

no es irreflexiva

• M es simétrica $\therefore M = M^T$ $M_{ij} = M_{ji}$

R es simétrica $\Leftrightarrow$ su matriz es simétrica

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

simétrica

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

contr ejemplo de simetría

$1R2, 2R1$

R simétrica $aRb \Rightarrow bRa$

contr ejemplo de simetría: $a, b \in A$ tq aRb y bRa

R Transitivo aRb y $bRc \Rightarrow aRc$



Cualquier camino que puedas hacer en 2 pasos,
también lo puedes hacer en 1



$aRb, bRa \Rightarrow aRa$
 $\quad \quad \quad \underset{a}{b}$

$a=a$ aRb y $bRa \Rightarrow aRa$