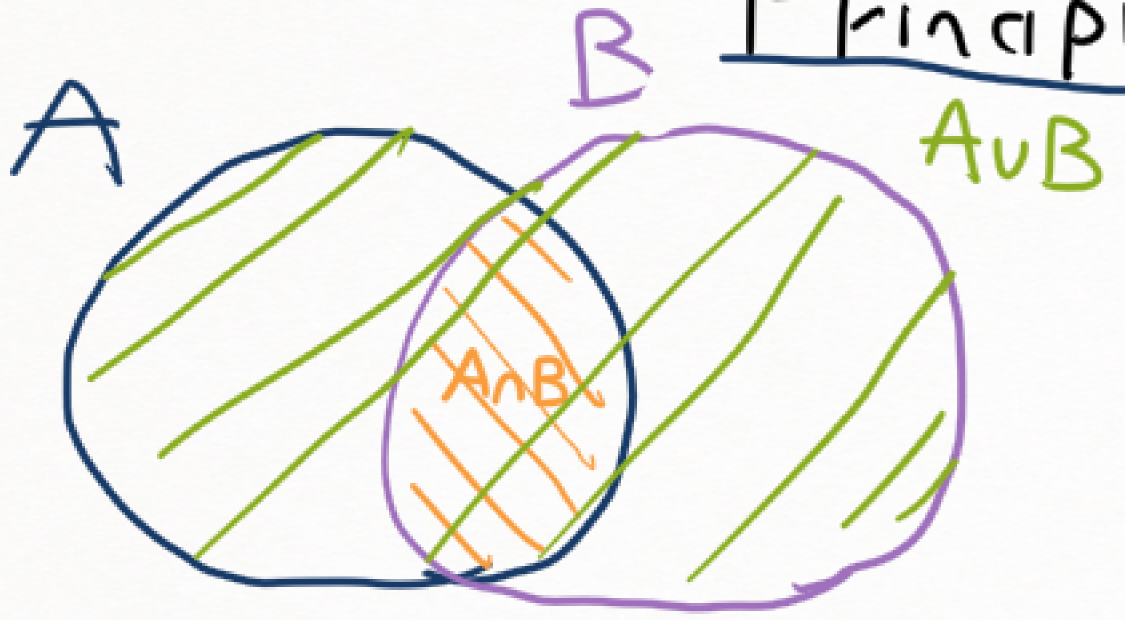
1 - OF2013 v9 28:35
3 - OF2013 v10 comienzo
5 - OF2013 v11 comienzo
11 - OF2013 v8 comienzo
12 - OP2021 v10 1:14:00

Principio de inclusión - exclusión



$x \in A \cap B \iff x \in A$ y $x \in B$

$x \in A \cup B \iff x \in A$ o $x \in B$

P o Q

P	V	Q	F
P	F	Q	V
P	V	Q	V

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

se los cuenta en $|A|$ y en $|B|$

$S = \{$estudiantes de MD1$\}$

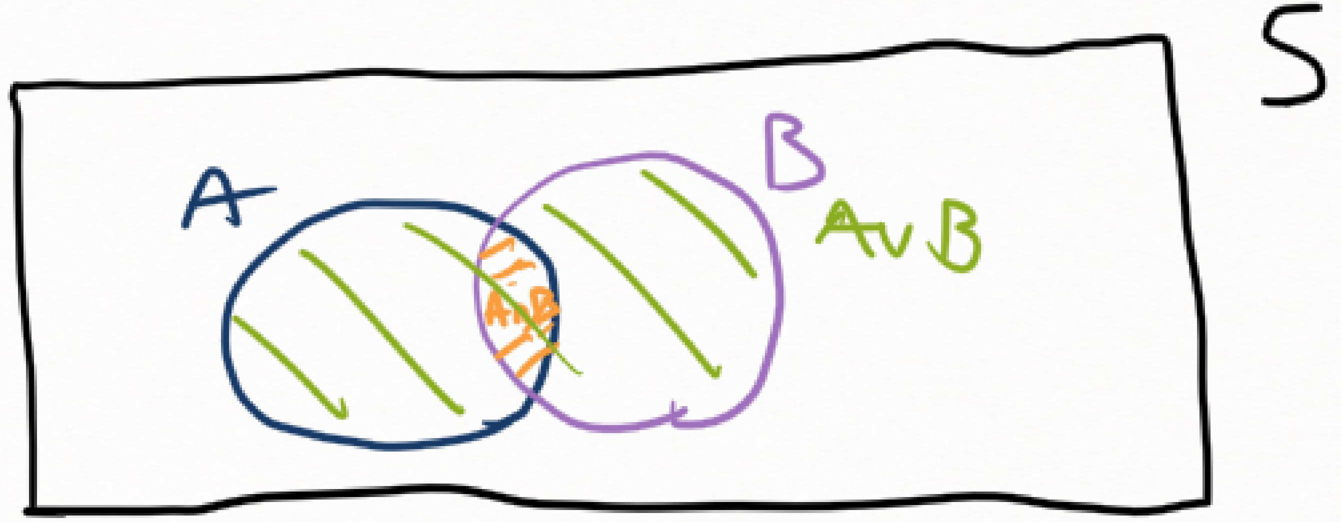
C_1: Ser zurdo

C_2: Jugar al Fútbol

$|$est tq C_1 o $C_2| = |$est tq $C_1| + |$est tq $C_2| - |$est C_1 y $C_2|$

$A = \{$estudiantes que cumplen $C_1\}$

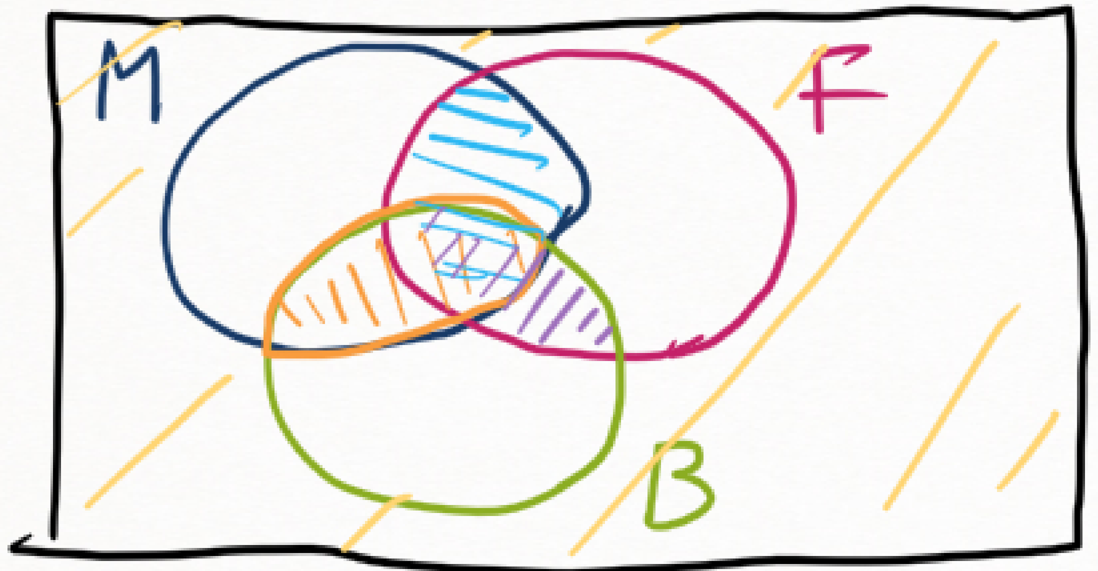
$B = \{$estudiantes que cumplen $C_2\}$



$A \cap B = \{$los que cumplen C_1 y $C_2\}$

$A \cup B = \{$los que cumplen C_1 o $C_2\}$

$S = \{\text{estudiantes}\}$



15 estudian matemática y biología $|M \cap B| = 15$

$|M \cap F| = 7$ $\quad |F \cap B| = 10$ $\quad 30 = \overline{(M \cup F \cup B)} = S - (M \cup F \cup B)$

$M \cap B$ incluye < estudian M, B y F
estudian M y B pero no F

estudian las 3 materias: $M \cap F \cap B$ despejamos de ahí

Principio de incl excl con 3 conjuntos

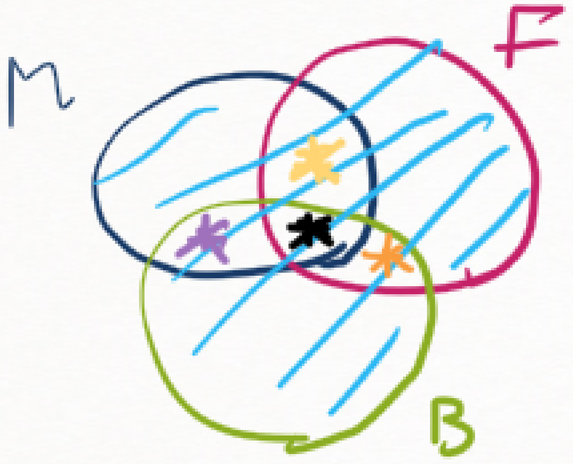
$$|M \cup F \cup B| = \underbrace{|M| + |F| + |B|}_{1 \quad 1 \quad 1} - \underbrace{|M \cap F| - |M \cap B| - |F \cap B|}_{-1 \quad -1 \quad -1} + \underbrace{|M \cap F \cap B|}_{*}$$

$$30 = |S| - |M \cup F \cup B| \;\Rightarrow\; |M \cup F \cup B| = |S| - 30$$

cada conjunto sumado

cada par de dos conjuntos restado

cada terna de conjuntos (en este caso hay una sola) sumada

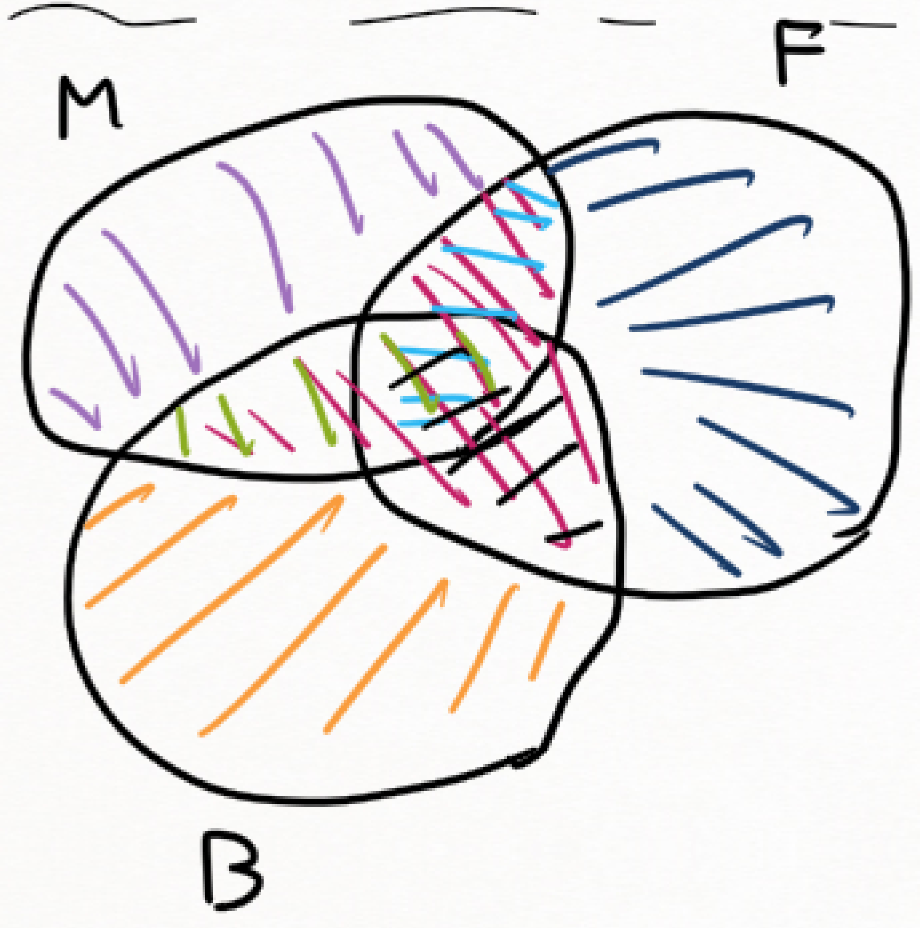


$$|M \cap F \cap B| = \underbrace{|M \cup F \cup B|}_{70} - |M| - |F| - |B| + |M \cap F| + |M \cap B| + |F \cap B|$$

datos

dato. $30 = |S| - |M \cup F \cup B| \Rightarrow 30 - |S| = -|M \cup F \cup B|$

$\Rightarrow |S| - 30 = |M \cup F \cup B|$



resultado $= |M \cup F \cup B| -$ "lo rojo"

lo rojo $= \underline{|M \cap F|} + \underline{|M \cap B|} + \underline{|F \cap B|} - 2|M \cap F \cap B|$

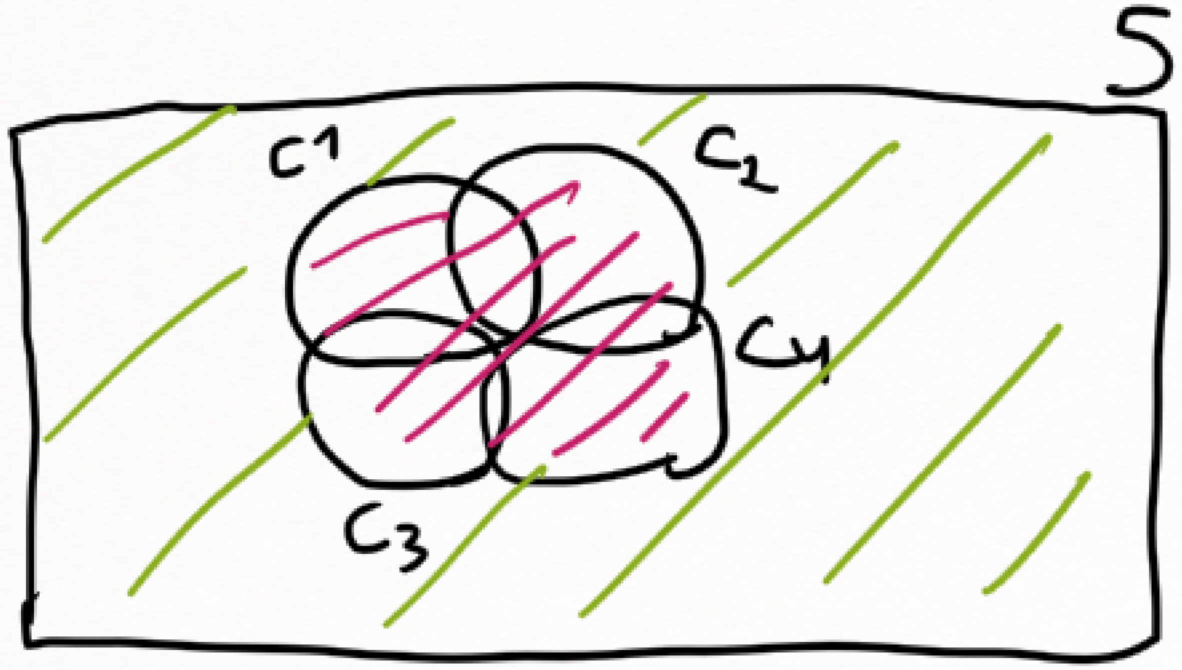
③ a) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 19$ $0 \leq x_i \leq 8 \quad \forall i$

$C_1: \; x_1 > 8$ $C_2: \; x_2 > 8$ $C_3: \; x_3 > 8$ $C_4: \; x_4 > 8$

C_1 o C_2 o C_3 o C_4 : algún x_i es > 8

$\overline{C_1 \text{ o } C_2 \text{ o } C_3 \text{ o } C_4}$: ningún x_i es > 8. En otras palabras, cada x_i es ≤ 8

$\Rightarrow$ el número que buscamos es $|\overline{C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4}| = \text{total} - |C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4|$



$S = \{$todas las sol. de $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 19\}$

$C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4$

$\overline{C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4}$ son los que cumplen $x_i \leq 8 \; \forall i$

$\shortparallel$

$|S| - |C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4|$

lo contamos con CR

inclusión exclusión

$S = \{\text{todos los sol. de } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 19\}$

$|S| = CR^4_{19}$ Inclusión exclusión con C_1, C_2, C_3, C_4

$$|C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4| = \underbrace{|C_1| + |C_2| + |C_3| + |C_4|}_{C^4_1}$$
$$\underbrace{- |C_1 \cap C_2| - |C_1 \cap C_3| - |C_1 \cap C_4| - |C_2 \cap C_3| - |C_2 \cap C_4| - |C_3 \cap C_4|}_{C^4_2}$$
$$\underbrace{+ |C_1 \cap C_2 \cap C_3| + |C_1 \cap C_2 \cap C_4| + |C_1 \cap C_3 \cap C_4| + |C_2 \cap C_3 \cap C_4|}_{C^4_3}$$
$$\underbrace{- |C_1 \cap C_2 \cap C_3 \cap C_4|}_{C^4_4} \Rightarrow ?$$

xq cada C_i es $x_i > 8$. En la parte (b) dan números $\neq$

$|C_1|$

$x_1 > 8 \Rightarrow x_1 \geq 9 \Rightarrow y = x_1 - 9 \geq 0$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 19$

$\underbrace{x_1 - 9}_{y} + x_2 + x_3 + x_4 = 19 - 9$

$y + x_2 + x_3 + x_4 = 10 \Rightarrow |C_1| = CR^4_{10}$

$y \geq 0, x_2, x_3, x_4 > 0$

$|C_2| = |C_3| = |C_4| = |C_1| = CR^4_{10}$

En este caso $|C_1| = |C_2| = |C_3| = |C_4|$, pero eso no pasa siempre.

$C_1 \cap C_2$ $x_1 \geq 9$ $x_2 \geq 9$

$\underbrace{x_1 - 9}_{y_1} + \underbrace{x_2 - 9}_{y_2} + x_3 + x_4 = 19 - 18$

$y_1 + y_2 + x_3 + x_4 = 1$ CR^4_1

en este caso también se cumple $|C_1\cap C_2| = |C_1\cap C_3| = |C_1\cap C_4| = \cdots = |C_3\cap C_4| = CR_1^4$

$C_1\cap C_2\cap C_3$ $\quad x_1\geq 9 \quad x_2\geq 9 \quad x_3\geq 9 \qquad x_1+x_2+x_3+x_4=19 \qquad |C_1\cap C_2\cap C_3| = 0$

en este caso $x_1+x_2+x_3+x_4 \geq 9\cdot 3 = 27 \Rightarrow$ No hay soluciones

lo mismo paso con las otras combinaciones de 3 y tb con $C_1\cap C_2\cap C_3\cap C_4$

$$|C_1\cup C_2\cup C_3\cup C_4| = |C_1| + |C_2| + |C_3| + |C_4| \qquad CR_{10}^4$$

$$-\left(|C_1\cap C_2| + |C_1\cap C_3| + \cdots + |C_3\cap C_4|\right) \qquad CR_1^4$$

$$+\ \cancel{|C_1\cap C_2\cap C_3|} + \cancel{\cdots} + \cancel{|C_2\cap C_3\cap C_4|} \qquad 0$$

$$-\ \cancel{|C_1\cap C_2\cap C_3\cap C_4|} \qquad 0$$

$$= 4\cdot CR_{10}^4 - 6\cdot CR_1^4 = C_1^4\, CR_{10}^4 - C_2^4\, CR_1^4$$

$$\text{res} = |S| - |C_1\cup C_2\cup C_3\cup C_4| = CR_{19}^4 - 4\,CR_{10}^4 + 6\,CR_1^4$$