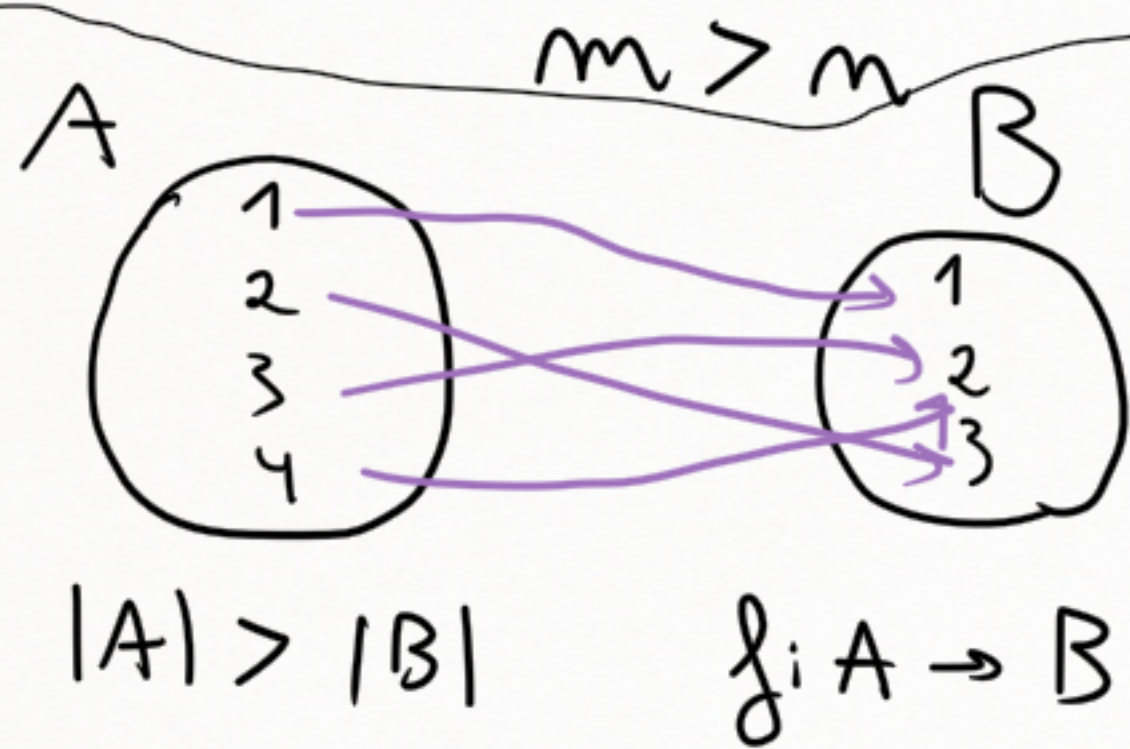


Principio del palomar

○ ○
○ ○
 m palomas

┌ ┌
└ └
 m nidos

$\Rightarrow$ Hay al menos un nido que tiene 2 o más palomas



$\Rightarrow f$ no es inyectiva

A: palomas

B: nidos

f : la correspondencia entre palomas y nidos

$f(m) = m$ significa que la paloma m va al nido m

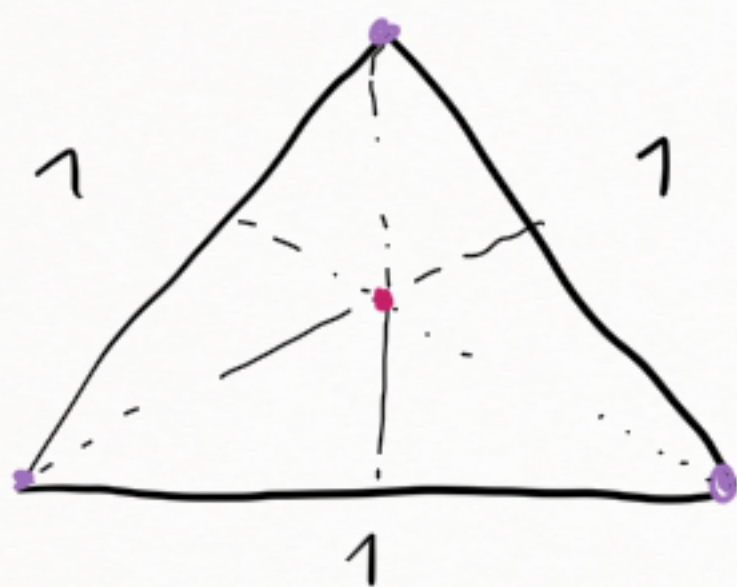
9

100 000 personas $\Rightarrow$ los nacen al mismo tiempo (hora, minuto y segundo)
cantidad de hora, min, seg $\neq$ es $24 \times 60 \times 60 = 86400$ $\leftarrow$ nidos
100 000 personas $\leftarrow$ palomas (a cada persona le asociamos su tiempo de nacimiento)

pplo paloma

$\Rightarrow$ hay un nido con 2 o más palomas

$\Rightarrow$ sea, hay una hora, min, seg en la que nacen 2 o más personas



Si elegimos m puntos $\neq$, hay dos a distancia menor o igual a $\frac{1}{2}$

$m=3$ con esos 3 están todas a distancia 1
 $\Rightarrow m=3$ no sirve

$m=4$ con esos 4 tampoco hay 2 a distancia $\leq \frac{1}{2}$. La distancia entre el del centro y los vértices es $\sim$. Hay que verlo pero da $> \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow m=4$ no sirve.

Usando polígonos vamos a ver que con $m=5$ se cumple



Cada T_i es un triángulo equilátero de lado $\frac{1}{2}$



La máxima distancia entre dos puntos se da entre dos vértices y es $\frac{1}{2}$

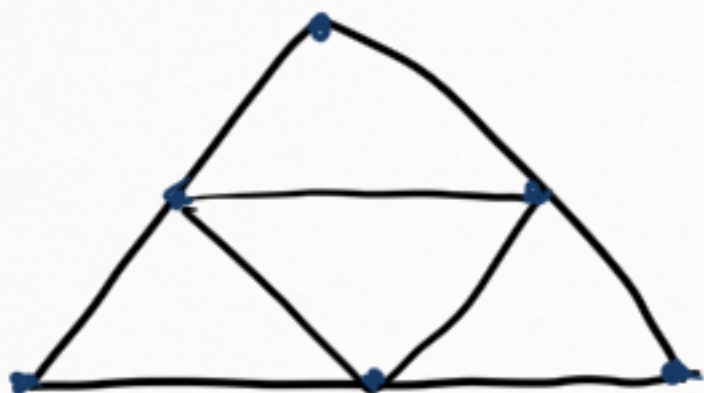
$n=5$ puntos — polonos

4 triángulos equilat — nidos
de lado $\frac{1}{2}$

$\Rightarrow$ Hay al menos un T_i con dos puntos dentro
y por ende esos dos puntos están a distancia $\leq \frac{1}{2}$

Por Polonius problema que $n=5$ sirve, pero la letra pide el **mínimo** n tal que se cumple.

Podemos afirmar que 5 es el mínimo porque ya vimos que 4 puntos no alcanzan (se pueden poner tq ningunos queden a distancia $\leq \frac{1}{2}$)



$m=6$ no sirve

$\Rightarrow$ va a ser $m=7$



Le sacan un lado y sus 2
vértices
 $\Rightarrow$ en este caso todo par de puntos
está a distancia $< 1/2$

(17)

digitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Dados m digitos hay dos tq la resta de sus cuadrados es múltiplo de 6

Ej: $4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12 = 2 \times 6 \checkmark$ $6^2 - 5^2 = 36 - 25 = 11 \times$

¿cuándo la resta de dos números es múltiplo de 6?

División entera entre 6

$m \in \mathbb{N}$ existen únicos $q, r \in \mathbb{N} / m = q \times 6 + r \quad 0 \leq r < 6$

Ej: $7 = 1 \times 6 + 1 \quad q=1 \quad r=1$
 $15 = 2 \times 6 + 3 \quad q=2 \quad r=3$

¿cuándo $m - n$ es múltiplo de 6?

$m = q_1 \times 6 + r_1$
 $n = q_2 \times 6 + r_2$

Para $m - n$ sea múltiplo de 6, $r_1 - r_2 = 0$
o sea $r_1 = r_2$

$\Rightarrow m - n = q_1 \times 6 + r_1 - q_2 \times 6 - r_2$
 $= \underbrace{(q_1 - q_2) \times 6}_{\text{múltiplo de 6}} + \underbrace{r_1 - r_2}_{0}$

$m - n$ es múltiplo de 6

$\Leftrightarrow$

tienen el mismo resto al dividir entre 6.

$$\begin{aligned}
0^2 &= 0 = 0 \times 6 + 0 \leftarrow r=0 \\
1^2 &= 1 = 0 \times 6 + 1 \leftarrow r=1 \\
2^2 &= 4 = 0 \times 6 + 4 \leftarrow r=4 \\
3^2 &= 9 = 1 \times 6 + 3 \leftarrow r=3 \\
4^2 &= 16 = 2 \times 6 + 4 \leftarrow r=4 \\
5^2 &= 25 = 4 \times 6 + 1 \leftarrow r=1 \\
6^2 &= 36 = 6 \times 6 + 0 \leftarrow r=0 \\
7^2 &= 49 = 8 \times 6 + 1 \leftarrow r=1 \\
8^2 &= 64 = 10 \times 6 + 4 \leftarrow r=4 \\
9^2 &= 81 = 13 \times 6 + 3 \leftarrow r=3
\end{aligned}$$

$$\begin{array}{cccc}
N_1 & N_2 & N_3 & N_4 \\
\{0, 6\} & \{1, 5, 7\} & \{3, 9\} & \{2, 4, 8\} \\
r=0 & r=1 & r=3 & r=4
\end{array}$$

4 nodos

$n=5$ dígitos (palabras)

$\Rightarrow$ Hay al menos un nodo con 2 palabras o sea, elegimos dos números cuyos cuadrados tienen el mismo resto al dividir entre 6 $\Rightarrow$ la resta de esos dos es múltiplo de 6.

Con $n=5$ funciona.

Con $n=4$ elegimos uno de cada nodo 0, 1, 3, 2 y no funciona.