

Funciones

$$A = \{1, 2\}$$

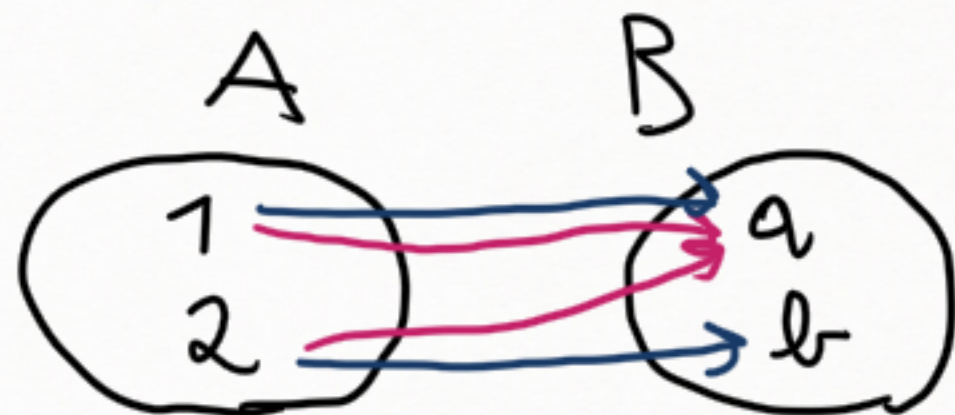
dominio

$$B = \{a, b\}$$

codominio

¿Qué es $f: A \rightarrow B$?

A cada $x \in A$ le asociamos un único $y \in B$, llamado $f(x)$



f_1

$$f_1(1) = a$$

$$f_1(2) = a$$

f_2

$$f_2(1) = a$$

$$f_2(2) = b$$

f_3

$$f_3(1) = b$$

$$f_3(2) = a$$

f_4

$$f_4(1) = b$$

$$f_4(2) = b$$



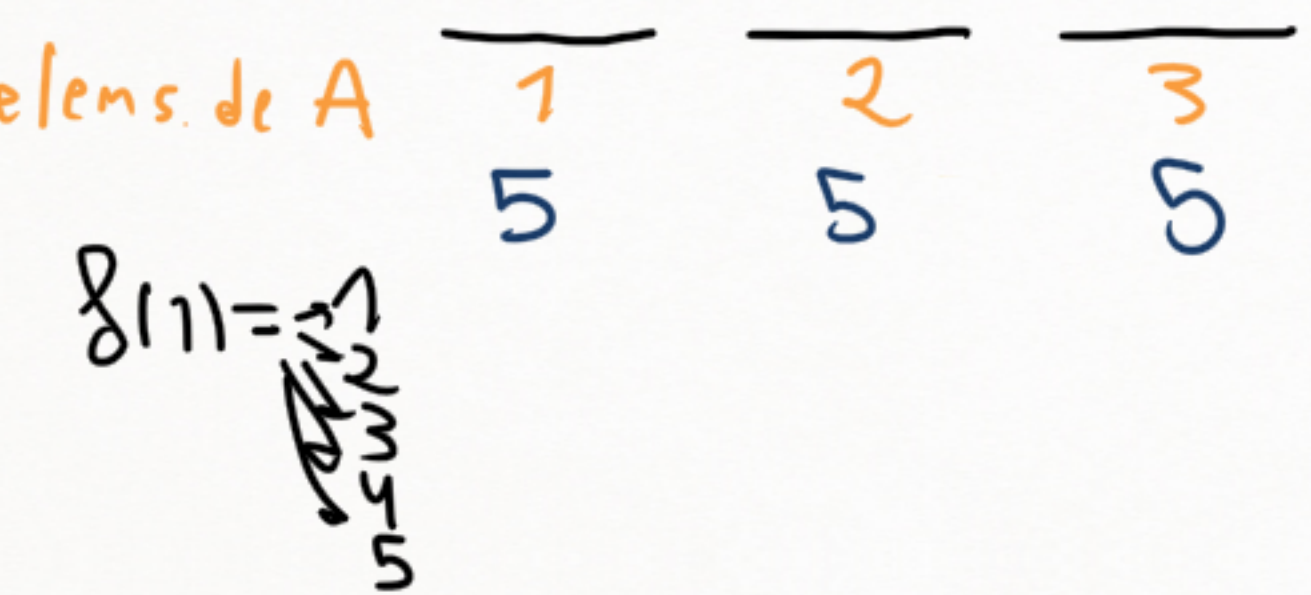
Esas 4 son todas las Funciones distintas de A en B

¿Cuándo dos Funciones $f: A \rightarrow B$ y $g: A \rightarrow B$ son la misma función?

Cuando para todo $x \in A$ $f(x) = g(x)$

Mirando f_1 y f_2 , $f_1(1) = f_2(1)$, pero no son la misma Fun. xq $f_1(2) \neq f_2(2)$

Para pensar, vamos a usar
 (a) Contar las $f: A \rightarrow B$



Para funciones en general, los elementos de B se pueden repetir
 Son 3 etapas c/u con 5 posibilidades
 R. Producto $\Rightarrow 5 \times 5 \times 5$

$A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 (b) Contar $f: A \rightarrow B$ inyectivos

inyectivos: los elementos de B no se repiten



f es inye
 g no es inye
 xq $g(2) = g(3)$
 para el $5 \in B$ hay
 2 elementos de A



Por regla del prod, es $5 \times 4 \times 3$
 $5 \times 4 \times 3 = \frac{5!}{2!} = A_{5,3}$
 A_m^n

f inye: Los elems de B no se repiten $A = \{1, \dots, m\}$ $B = \{1, \dots, n\}$

Si $m > n$, f no puede ser inyectiva

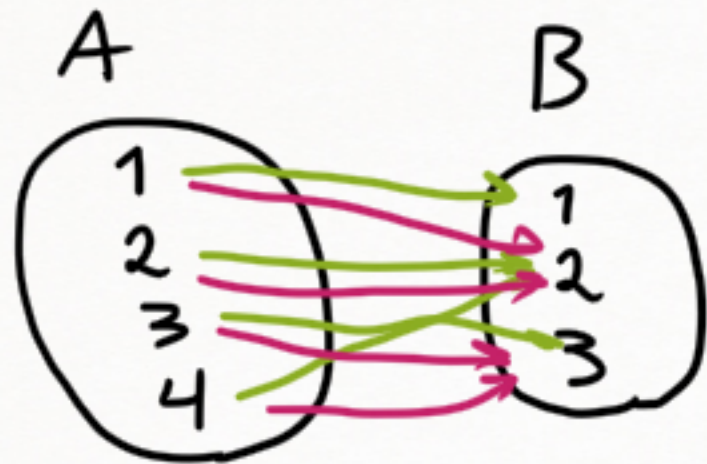
Ej $m = 3$ $n = 2$



El 3 va a repetir uno de B

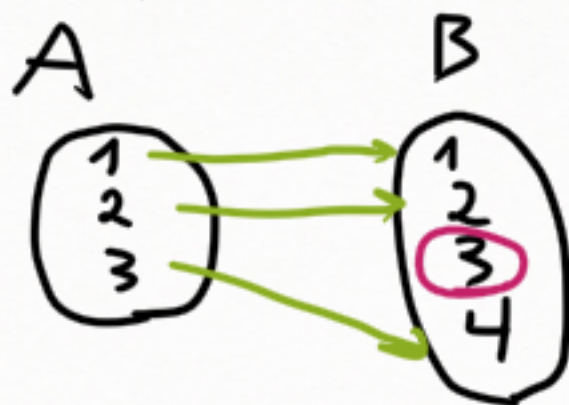
De otro modo, para que f pueda ser inye, $m \leq n$

f sobre: Para todo $y \in B$ hay al menos un $x \in A$ Tq $f(x) = y$



f es sobre

f no es sobre porque para $1 \in B$ ningún $x \in A$ tiene $f(x) = 1$



En este caso no hay f sobre

Para que f pueda ser sobre,

$m \geq n$

f biyectiva f inyectivo y f sobreyectivo $\Rightarrow m = n$
 $(m \leq n)$ $(m \geq n)$

(c) $A = \{1, 2, \dots, n\}$ $B = \{1, 2, \dots, n\}$

$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\dots$	$\overline{n-1}$	$\overline{n}$	$n!$
n	$n-1$	$\dots$	2	1	

f monótona creciente estrictamente $\forall x, y \in A \quad x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$

f monótona creciente $\forall x, y \in A \quad x < y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$

(74)

$A = B$ idea: A es una forma de contar cierta cosa
 B es otra forma de contar lo mismo

Si tenemos dos formas de contar lo mismo, las dos formas dan el mismo número

$$m^m = \sum_{i=1}^m \binom{m}{i} \text{Sob}(m, i) \quad \binom{m}{i} = C_i^m$$

$$f: A \rightarrow B$$

$$A = \{1, \dots, m\}$$

$$B = \{1, \dots, m\}$$

Hoy que llegar al total derecho contando
las $f: A \rightarrow B$ de otra forma.

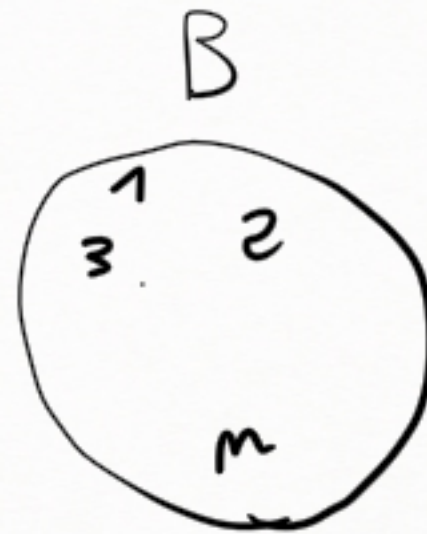
$$\sum_{i=1}^m C_i^m \text{Sob}(m, i)$$

$\text{Sob}(m, i) =$ cont. de funciones sobre que hoy
 $\#A = m \quad \#B = i$

y separar en casos $\rightarrow$ usar regla de la suma

$\sum_{i=1}^m C_i^n \times \text{Sob}(m, i)$

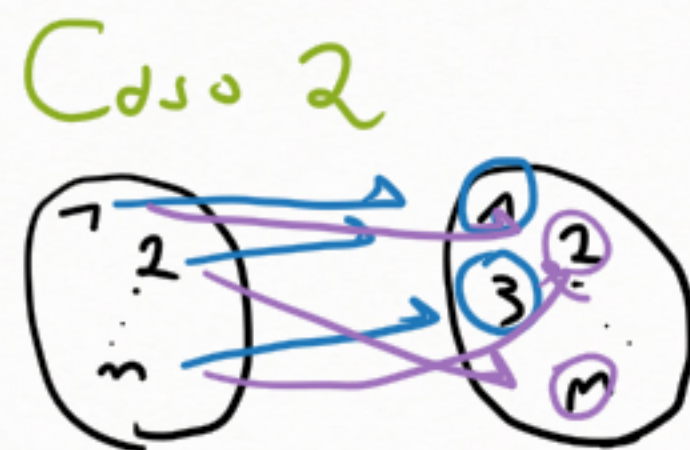
regla del prod donde lo
 1^{ra} etapa C_i^n Formas
 2^a etapa $\text{Sob}(m, i)$ Formas



Los casos son Caso 1 Caso 2 - - - Caso m

Caso i: - Hay exactamente i elementos de B a los que "les llega una flecha".

- La imagen de f tiene i elementos
- Hay exactamente i elementos de B que tienen preimagen



Caso i : Elegir i elementos de B y las funciones van a esos i elementos

$$C_i^m$$

Por regla del prod, el caso i tiene

$$C_i^m \times \text{Sob}(m, i) \text{ formas}$$

El total proviene de sumar todos los

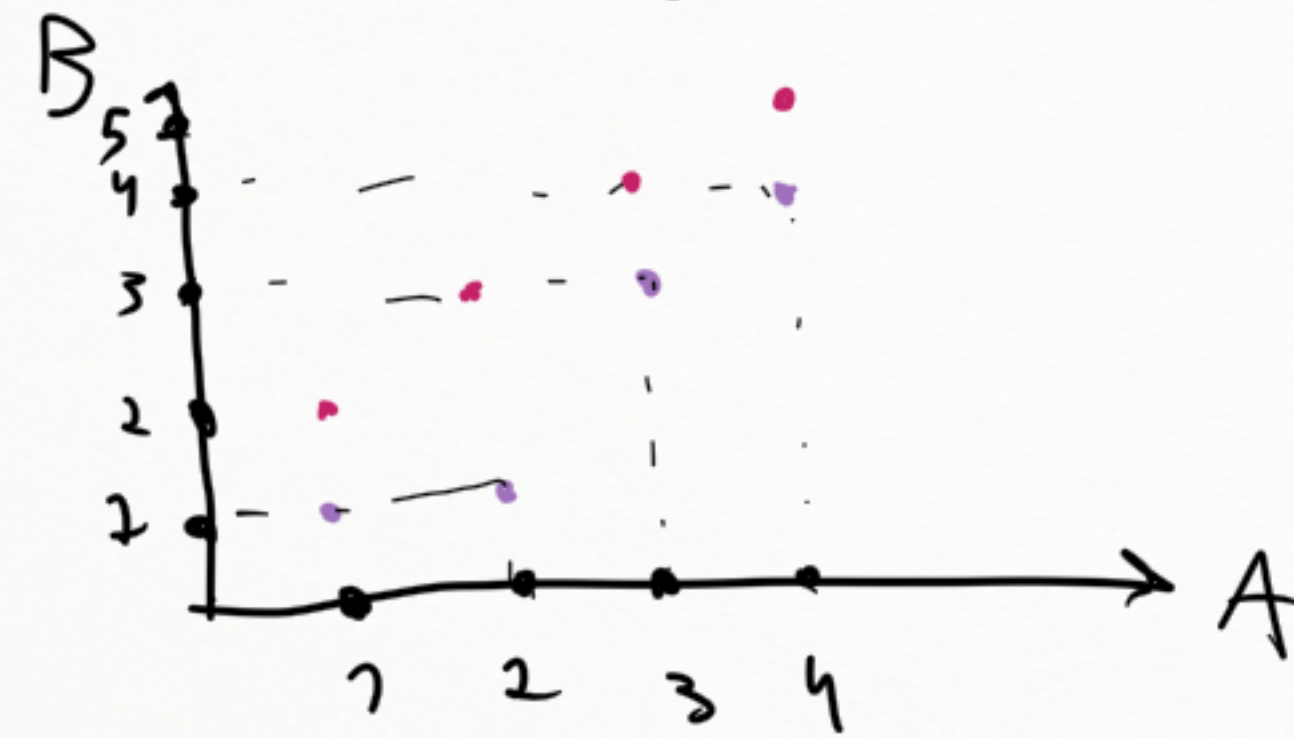
$$\sum_{i=1}^m C_i^m \times \text{Sob}(m, i)$$

$$\text{Sob}(m, i)$$

Funciones que van de $A = \{1, \dots, m\}$ hacia i elementos de B y deben ser sobre, porque sino estandar en un caso anterior (si tomo $i-1$, es caso $i-1$)

① e

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \quad B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$



$$CR_{\substack{5 \\ 4}}^m$$