

Arreglos

m objetos $\neq$ y queremos
elegir k de ellos sin repetir
importa el orden en que van

$$(1, 2, 3) \neq (3, 2, 1)$$

total: $A_k^m = \frac{m!}{(m-k)!}$ ^{OF 2013} $(= P(m, k))$

$$\begin{array}{ccccccc} \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & & \underbrace{\quad} & & \\ 1 & 2 & 3 & & k & & \\ m & m-1 & m-2 & & m-k+1 & & \\ & \text{"} & \text{"} & & & & \\ & m-2+1 & m-3+1 & & & & \end{array}$$

$$\frac{m(m-1)(m-2) \cdots (m-k+1)(m-k) \cdots 2 \times 1}{(m-k) \times \cdots \times 2 \times 1} = \frac{m!}{(m-k)!}$$

Combinaciones

m objetos $\neq$ y queremos
elegir k de ellos sin repetir
no importa el orden en que van

$$(1, 2, 3) = (3, 2, 1)$$

total: $C_k^m = \frac{m!}{(m-k)! k!}$

Elegir k ordenados $\rightarrow$ Elegir k sin ordenar
Orderar los k

Elegir k ord = Elegir k desord $\times$ Orderar k

$$A_k^m = C_k^m \times k!$$

$$C_k^m = \frac{A_k^m}{k!}$$

10 ejércitos hacer 6, con al menos 3 de los primeros 5

① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ Elegir 6 de ellas

al menos 3

Algo más sencillo: si fueran solamente elegir 6 ej de los 10: C_6^{10}

$$C_a^m = \frac{m!}{(m-k)!k!} \quad C_6^{10} = \frac{10!}{6!4!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times \cancel{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}}{\cancel{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2} \times 4 \times 3 \times 2}$$

$$= \frac{10 \times 9 \times \cancel{8 \times 7}}{\cancel{4 \times 3 \times 2}} = \frac{10 \times \cancel{9} \times 7}{\cancel{3}} = 10 \times 3 \times 7 = 70 \times 3 = 210$$

Error común

$$C_3^5 \times C_3^7$$

1º elijo 3 de los primeros 5. 2º elijo 3 de los 7 restantes

Estamos contando casos más de una vez

① 1, 2, 3 ② 4, 5, 6 → 1, 2, 3, 4, 5, 6
① 1, 4, 5 ② 2, 3, 6 → 1, 2, 3, 4, 5, 6

10 preguntas; elegir 6, con al menos 3 de las primeras 5.
Para evitar contar de más, vamos a separar en casos y luego usar la regla de la suma

Caso 1: exactamente 3 de las 1^{ras} 5
elegir 3 de las 1^{ras} 5 $\rightarrow C_3^5 \times C_3^5 \leftarrow$ elegir 3 de las otras 5 (6, 7, 8, 9, 10)

Caso 2: exactamente 4 de las 1^{ras} 5
 $C_4^5 \times C_2^5$

Caso 3: exactamente 5 de las 1^{ras} 5
 $C_5^5 \times C_1^5 = 5$

Total (reg. suma)

$$C_3^5 C_3^5 + C_4^5 C_2^5 + C_5^5 C_1^5$$

$$C_1^5 = \frac{5!}{(5-1)! 1!} = 5$$

- 4 - Teorema del multinomio está hecho en OF , en las clases de combinatorio (1^º o la 2^{da} 2013) (Funciones-1 OP2021)
- 5 - OP2013 Funciones-1 al principio

Combinaciones

n objetos $\neq$ y quiero
elegir k **sin repetir**
y sin importar el orden

$$C_k^n = \frac{n!}{(n-k)! k!}$$

~~(1, 1, 2)~~

Combinaciones con repetición

n objetos $\neq$ y quiero
elegir k **pudiendo repetir objetos**
sin importar el orden

$$CR_k^n = C_k^{n+k-1}$$

(1, 1, 2) ✓

Tirar 3 ^{2a} dados idénticos. Contar posibles resultados
No hay 1^{er} dado, 2^{do} dado y 3^{er} dado

$$(1, 1, 2) = (2, 1, 1)$$

Consideramos los números del 1 al 6. Tirar tres dados iguales es elegir tres de ellos **puédeno repetir** y sin importar orden

$$\Rightarrow CR_3^6 = C_3^8 = \frac{8!}{5! 3!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times \cancel{5} \times \cancel{4} \times \cancel{3} \times 2}{\cancel{5} \times \cancel{4} \times \cancel{3} \times 2 \times 3 \times 2}$$

$$CR_k^n = C_k^{n+k-1} = \frac{8 \times 7 \times \cancel{6}}{\cancel{3} \times 2} = 8 \times 7 = 56$$

$$C_k^n = \frac{n!}{(n-k)! k!}$$

9

$n < 100000$ cuyos dígitos suman 7.

$$d_1 d_2 d_3 d_4 d_5 \quad 35001 \quad 1 = 00001$$

$$d_i \geq 0$$

$d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5 = 7$ contar las soluciones naturales ($d_i \in \mathbb{N}$) de esa ecuación

d_1, d_2, d_3, d_4 y d_5 son los 5 objetos que tenemos para elegir y vamos a elegir con repetición $\Rightarrow$ veces

CR_7^5

$$\begin{aligned} d_1 &= 3 \\ d_2 &= 0 \\ d_3 &= 2 \\ d_4 &= 2 \\ d_5 &= 0 \end{aligned}$$

$(d_1, d_1, d_1, d_3, d_3, d_4, d_4)$

una combinación con rep
a lo que se elige d_1 3 veces
 d_2 ninguna vez, d_3 2 veces,
 d_4 2 veces y d_5 ninguna vez

OP2013 está resuelto

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10$$

Combinatoria 2 o 3