2do parcial Junio 2017

(1) Teo Kuratowski

G no es plano $\Longleftrightarrow$ tiene subgrafo homeomorfo a K_5 o $K_{3,3}$.

(#) G acíclico $\Longrightarrow$ G plano (T) (hay que probar)

Supongamos que G es acíclico y probemos que es plano.

Por Kuratowski G es plano $\Longleftrightarrow$ no tiene subgrafo homeomorfo a K_5 ni $K_{3,3}$.

$\Longrightarrow$ Alcanza probar que no hay subgrafo homeo a K_5:

subdiv. elem: 

K_5 tiene ciclo.

Si G tuviese un subgrafo homeo a K_5, también tendría ciclo.

Eso es porque las subdivisiones elementales no agregan ni sacan ciclos.

Como G es acíclico, no puede pasar.

$\Longrightarrow$ G no tiene subgraf homeo a K_5

no hay subgrafo homeo a $K_{3,3}$:

presentado para K_5

también hay ciclo $\Longrightarrow$ por el mismo argumento G no puede tener subgrafo homeo a $K_{3,3}$

2

$$\boxed{\sum_{v\in V} gr(v) = 2|E|} \qquad G=(V,E) \Longrightarrow \boxed{\sum_{v\in V} gr(v) \text{ es par}}$$

$$V = V_1 \cup V_2 \qquad V_1 = \{v_1 \in V \,/\, gr(v) \text{ es impar}\} \qquad V_2 = \{v_2 \in V \,/\, gr(v) \text{ es par}\}$$

$$\sum_{v\in V} gr(v) = \sum_{v_1\in V_1} gr(v_1) + \overbrace{\sum_{v_2\in V_2} gr(v_2)}^{\text{par}}$$

par, por ser suma de números pares

también tiene que ser par

xq impar + par = impar

impares

$\sum_{v_i \in V_1} gr(v_1)$ es par. Solo puede pasar si la cantidad de sumandos es par.

(Ej $\underbrace{1+3+7}_{3} = 11$ impar $\quad \underbrace{1+7+3+3+5}_{5} = 19$ impar

$\underbrace{7+9}_{2} = 16$ par $\quad \underbrace{1+7+3+3}_{4} = 14$ par)

$\Rightarrow |V_1|$ es un número par.

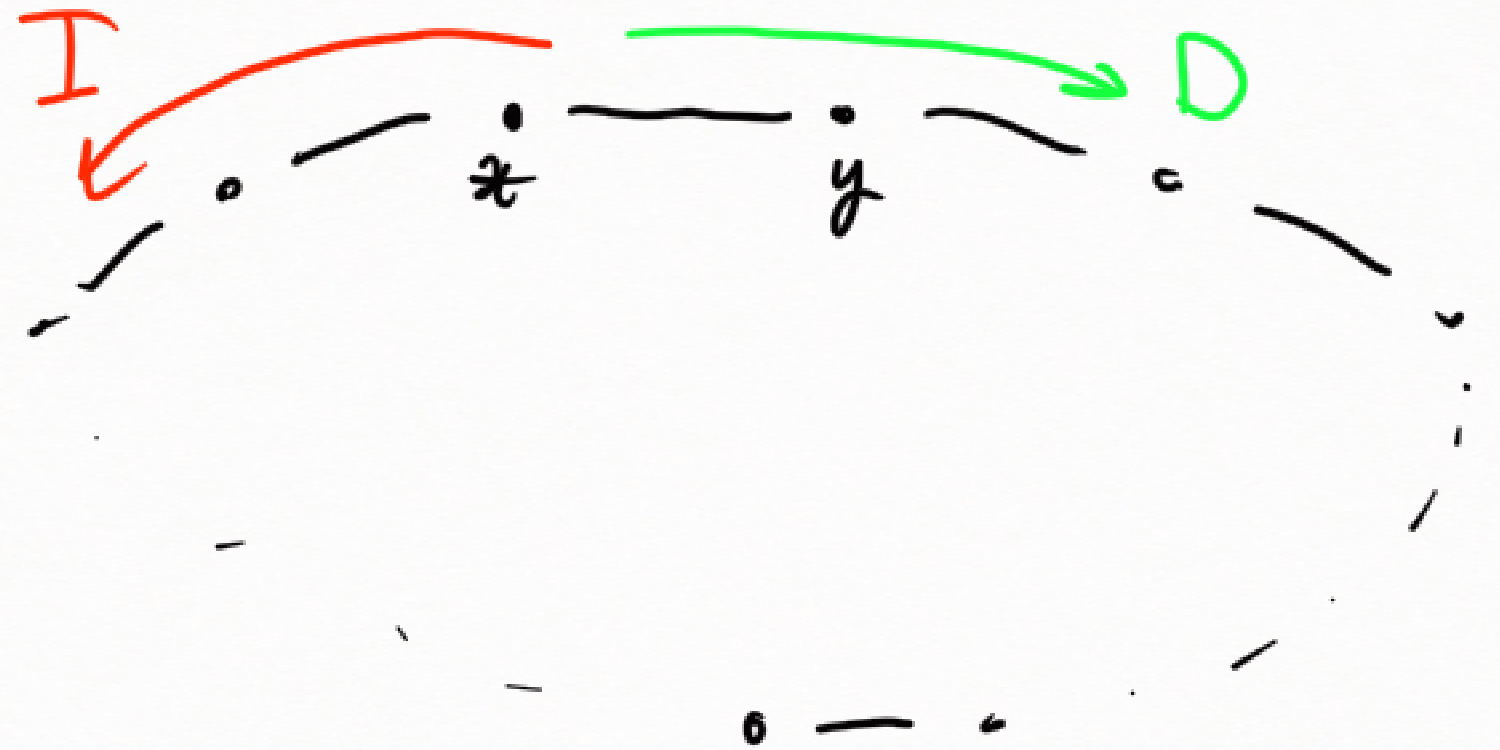
$\boxed{a_i \quad i=1,\dots,m \text{ impares}} \Rightarrow a_i = 2b_i + 1$

m debe ser par

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{i=1}^{m}(2b_i+1) = \sum_{i=1}^{m} 2b_i + \sum_{i=1}^{m} 1 = 2\sum_{i=1}^{m} b_i + m$$

par

MO1



Caso

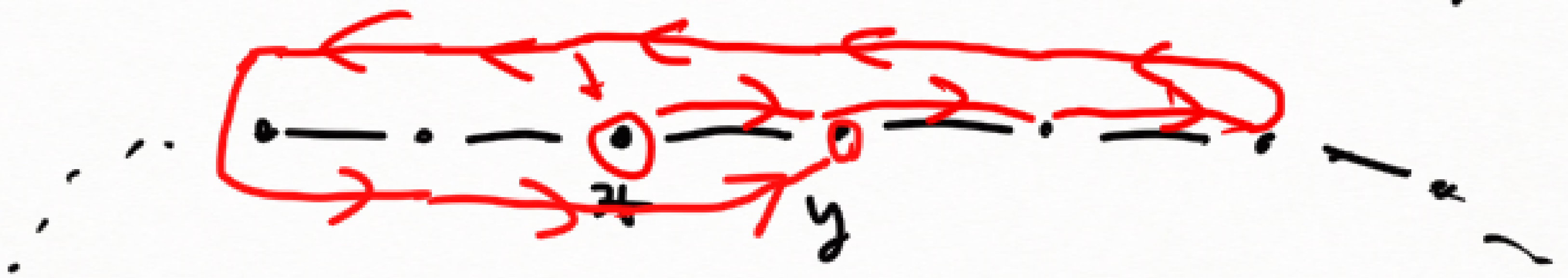
¿Cuántos caminos de largo 11 hay de x a y?

Ej xyxyxyxyxyxy

Obs: No puede dar la otra vuelta, porque el largo no le da.

En cada paso se puede mover a la derecha o a la izq.
Para llegar a y en 11 pasos necesariamente tiene que moverse 6 D y 5 I.
El tema es en qué orden hacer esos mov.
Contar palabras con 6 D y 5 I

DDDIIIIIDDD



$\underset{1}{\underline{\quad}}\ \underset{2}{\underline{\quad}}\ \underset{3}{\underline{\quad}}\ \cdots\cdots\ \underset{11}{\underline{\quad}}$

En cada lugar va D o I.

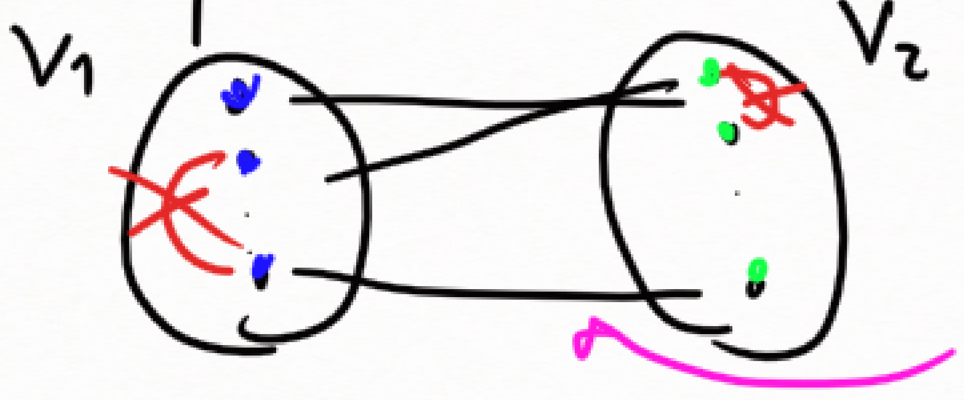
Alcanza elegir los 6 lugares del 1 al 11 en los que va D.

$$C^{11}_{6} \qquad \left(= C^{11}_{5}\right)$$

$$\binom{n}{m} = C^{n}_{m}$$

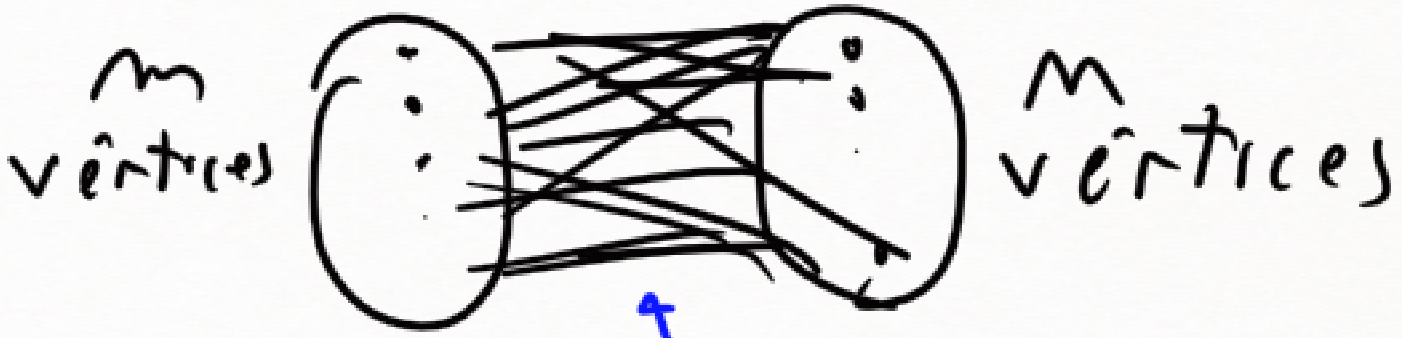
M04

G bipartito $\iff$ se puede colorear con 2 colores.



no tiene xq estar todas las aristas posibles

G bipartito completo $K_{m,n}$



todas las aristas posibles entre los 2 conjuntos

¿Cuántas aristas tiene $K_{m,n}$? $m \times n$

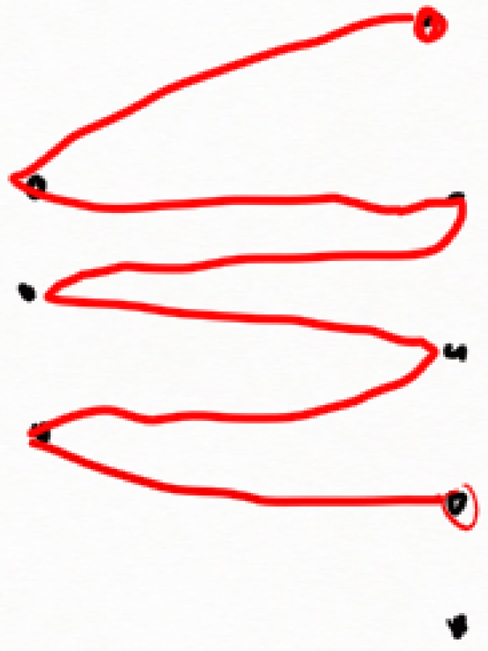
$15 = 3 \times 5 \Rightarrow$ tiene que ser $K_{3,5}$ (o $K_{1,15}$)

Kuratowski

En este caso tiene $K_{3,3}$ adentro $\Rightarrow$ no plano

Tampoco es hamiltoniano.

$K_{m,n}$ hamilt $\Leftrightarrow m = n$



En cambio, $K_{1,15}$ es plano y no hamilt

G hamiltoniano $\Leftrightarrow$ tiene ciclo hamiltoniano

G euleriano $\Leftrightarrow$ tiene circuito euleriano

$\Rightarrow$ El ejercicio está mal.

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ $\quad$ $\boxed{\#[0] = 2 \quad \#[1] = 4}$

$\boxed{(0\ \_)\ \ (1\ \_\ \_\ \_)}\ \ \underbrace{(\_)\ \ (\_)}$

$6 \qquad C^5_3$

no hay que elegir más nada. Los 2 restantes van solos

$(5)\ (4) = (4)\ (5)$

$\Rightarrow 6 \times C^5_3 = 6 \times \frac{5 \times 4}{2}$

$= 60$

Ejemplo:

$(0\ \underline{4}) \quad (1\ \underline{3}\ \underline{6}\ \underline{7}) \quad \underbrace{(2) \quad (5)}$

posibi

2, 3, 4, 5, 6, 7

posib

2, 3, 5, 6, 7

no importa el orden

$(0\ \_)\ \ (1\ \_\ \_\ \_)\ \ \underbrace{(\_\ \_)}$

$6 \qquad C^5_3$

los 2 restante van pa' ahí y no importa orden

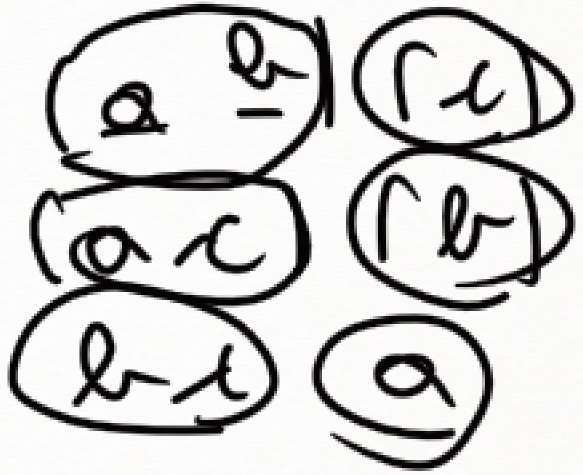
$\Rightarrow 6 \times C^5_3 = 60$

$\Rightarrow$ Total $60 + 60 = 120$

3 elms mós:

1)
2)
3)

← 3 posib



4 elms mós:

1)
2)
3)
4)
5)