

2^{do} parcial junio 2017

① G acíclico $\Rightarrow G$ plano

Teo (Kuratowski) G no es plano $\Leftrightarrow$ tiene subgrafo homeomorfo a K_5 o $K_{3,3}$

G es plano $\Leftrightarrow$ no tiene subgrafo homeomorfo a K_5 ni $K_{3,3}$

Sea G un grafo acíclico. Queremos probar que es plano. Alcanza probar que no tiene subgrafo homeo a K_5 ni a $K_{3,3}$.

G no tiene subgrafo homeo a K_5 :

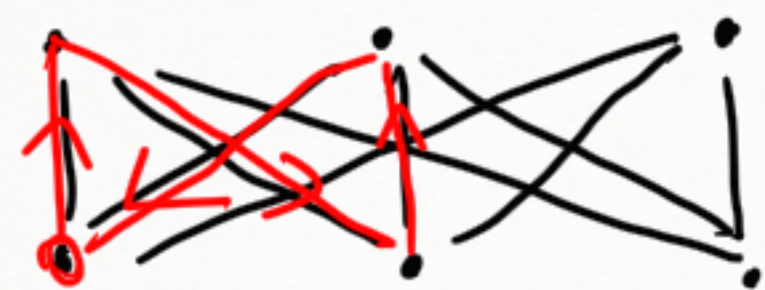
Supongamos que lo tiene (para llegar a un absurdo).



K_5 tiene ciclo
 $\Rightarrow$ como G tiene subgrafo homeo a K_5 ,
 G tiene un ciclo

Subdivisión elemental $\cdot \text{---} \cdot \Rightarrow \cdot \text{---} \cdot$
Las subdiv. elementales no agregan ni quitan ciclos. Por eso G debe tener ciclo.
Absurdo porque G es acíclico.
 $\Rightarrow$ no hay subgrafo homeo a K_5

G no tiene subgrafo homeo a $K_{3,3}$:



ciclo

Como $K_{3,3}$ tiene ciclo, por el mismo argumento que usamos para K_5 concluimos que G no tiene subgrafo homeo a $K_{3,3}$.

Como G no tiene subgrafo homeo a $K_{3,3}$ ni a $K_5 \Rightarrow G$ plano

¿Qué da si sumamos m números impares, par o impar?

m par $\Rightarrow$ da par

m impar $\Rightarrow$ da impar

$$\text{par} + \text{par} = \text{par}$$

$$\text{par} + \text{impar} = \text{impar}$$

$$\text{impar} + \text{par} = \text{impar}$$

$$\text{impar} + \text{impar} = \text{par}$$

$a_1, a_2, \dots, a_m$ impares: $a_i = 2b_i + 1$

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{i=1}^m 2b_i + 1 = \sum_{i=1}^m 2b_i + \sum_{i=1}^m 1$$

$$= \underbrace{2 \sum_{i=1}^m b_i}_{\text{par}} + \underbrace{m}_{\text{par}}$$

②

$$\sum_{v \in V} \text{gr}(v) = 2|E| \text{ par}$$

$$\sum_{v \in V} \text{gr}(v)$$

par

=

$$\sum_{\substack{v \in V \\ \text{de gr par}}} \underbrace{\text{gr}(v)}_{\text{par}}$$

par

$$+ \sum_{\substack{v \in V \\ \text{de gr impar}}} \underbrace{\text{gr}(v)}_{\text{impar}}$$

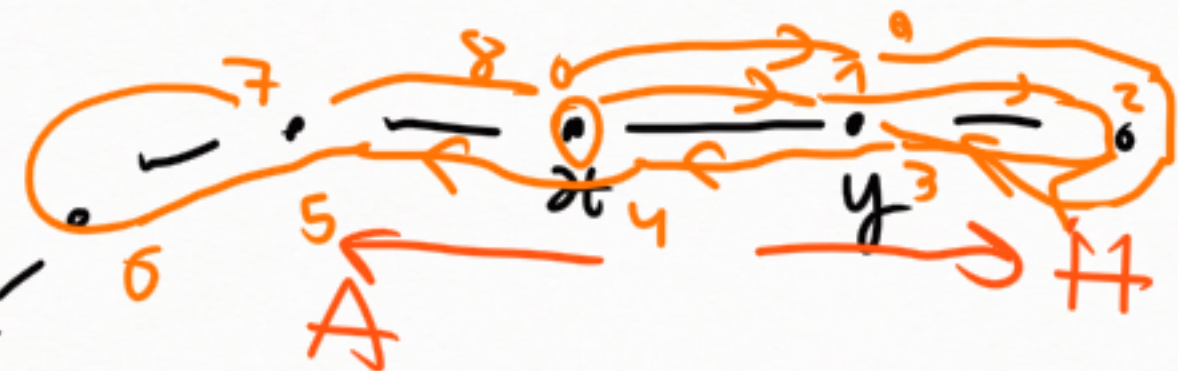
tiene que ser
par



debe haber una
cantidad par de sumandos

⇒ cantidad par de $v \in V$ con grado impar

M01



caminos de bngv

11 de 11 a y

puede repetir lo q sea Podemos representar los caminos viendo si se mueve en sentido horario o antihorario.

HHAAAAHHHH A

En total son 11 movimientos y el resultado neto debe ser 1 en sentido horario $\Rightarrow$ 5 A 6 H.

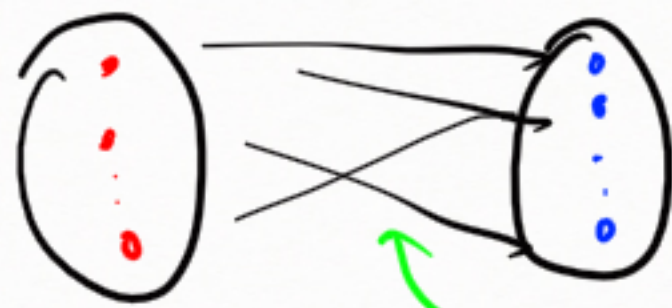
Contar palabras que se forman con 5 A y 6 H.

$\overline{1} \overline{2} \overline{3} \dots \overline{11}$ En cada lugar va A o H.

Alcanta elegir los 6 lugares en los que va H: $C_{6}^{11} = \binom{11}{6} (= C_{5}^{11})$

M04

G bipartito: G se puede colorear con 2 colores.



pueden formar
aristas

G bipartito completo: $K_{m,m}$

$K_{3,3}$



todas las aristas posibles
entre los dos lados

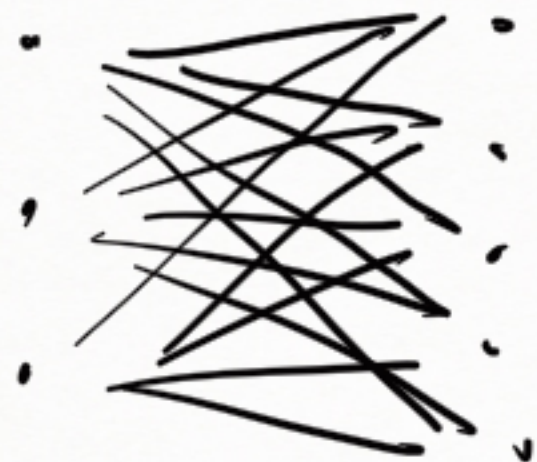
Aristas de $K_{m,m}$: $m \times m$

aristas $15 = 5 \times 3$

$\Rightarrow$

$K_{5,3}$

(en realidad $K_{1,15}$ también
tiene 15 aristas)



¿Es plano? No
 Tiene $K_{3,3}$ dentro
 (De hecho tiene a $K_{3,3}$ como subgrafo)

Hamiltoniano: tiene ciclo hamiltoniano
 Euleriano: tiene circuito euleriano

ciclo ham: no repite vértices

$K_{m,m}$ tiene ciclo hamiltoniano

$\Leftrightarrow$
 $m = m$

$K_{3,3}$

¿Es hamiltoniano? No



por otro parte
 hay
 circuito euleriano



$\forall v \in V$ $gr(v)$ es par



M05 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ $\# [0] = 2$ $\# [1] = 4$



6



C_3^5

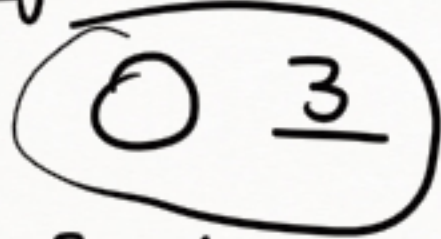


van las dos que quedan. No hay nada para elegir

C_1^2

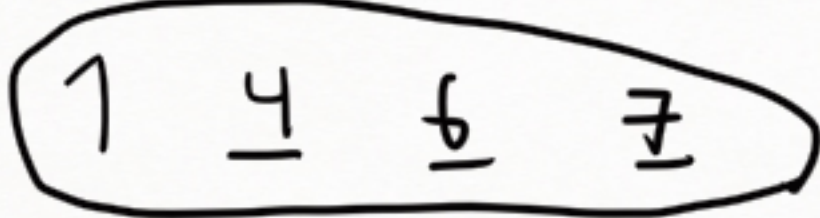
$$\Rightarrow 6 \times C_3^5 = 6 \times \left(\frac{5 \times 4}{2} \right)^{10} = 60$$

Ej:



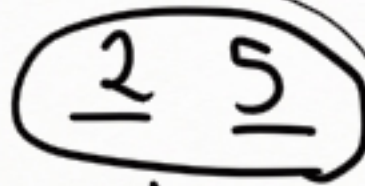
posib

2, 3, 4, 5, 6, 7



posibles

2, 4, 5, 6, 7



posibles

2, 5



6



C_3^5



Las dos que quedan van una a cada burbuja. Las burbujas son = no importa orden

$$(2)(3) = (3)(2)$$

$$\Rightarrow 6 \times C_3^5 = 60$$

Total

$$60 + 60 = 120$$

3 elms:



1 case

3 cases

1 case

