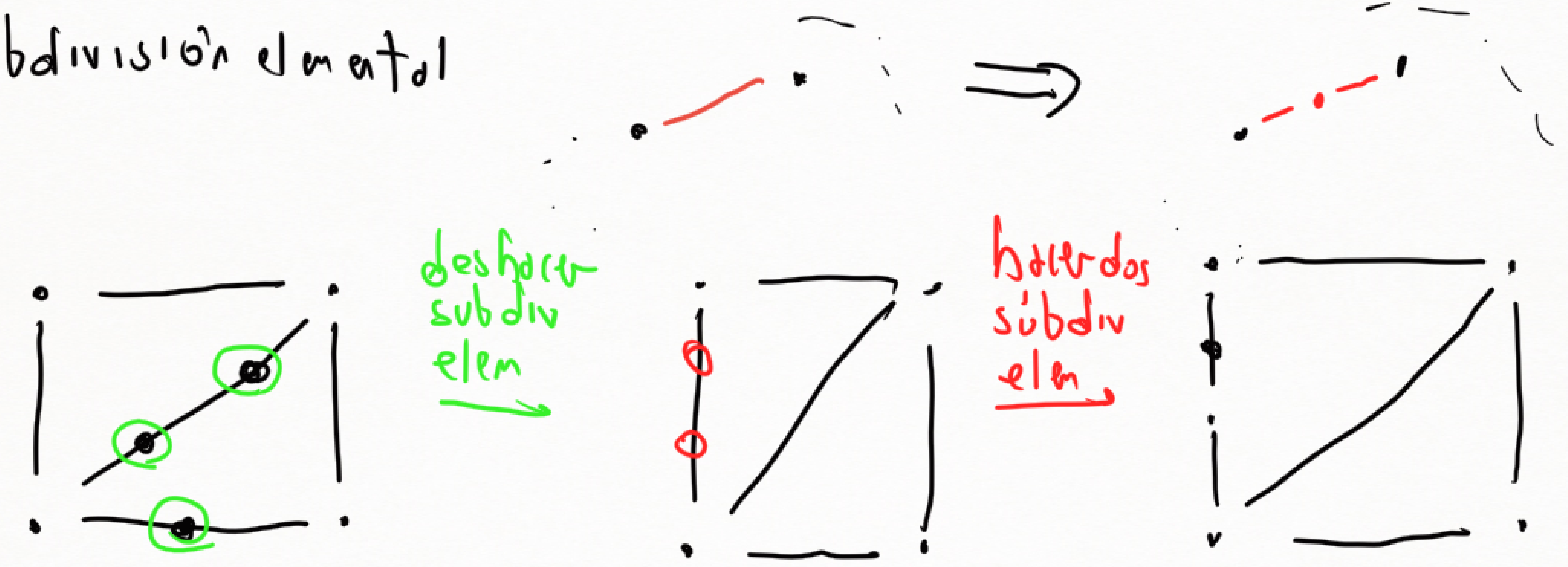
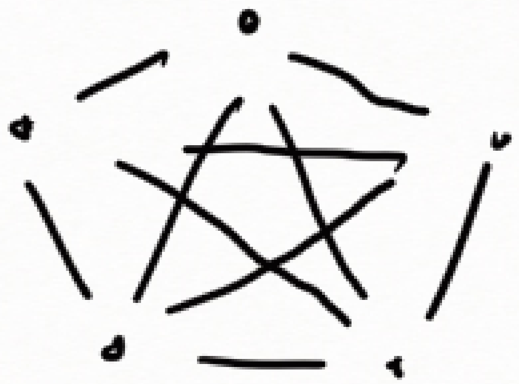
Esta semana	Siguiente	Paralelos
Terminar P10 P11	Repaso y paralelos viejos	

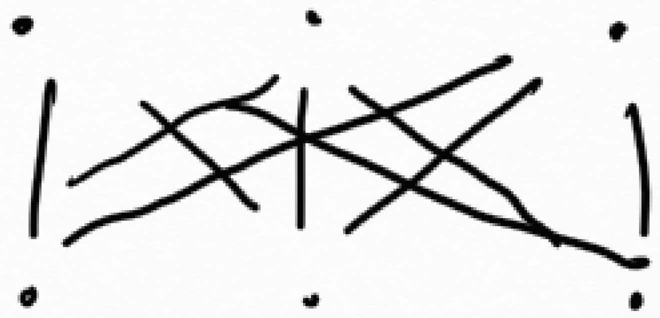
Subdivisión elemental



Teorema de Kuratowsky

2 grafos no planos: K_5 $K_{3,3}$





Teorema

G no es plano $\iff$ G tiene un subgrafo homeomorfo a K_5 o $K_{3,3}$

"G tiene un K_5 o un $K_{3,3}$ adentro"

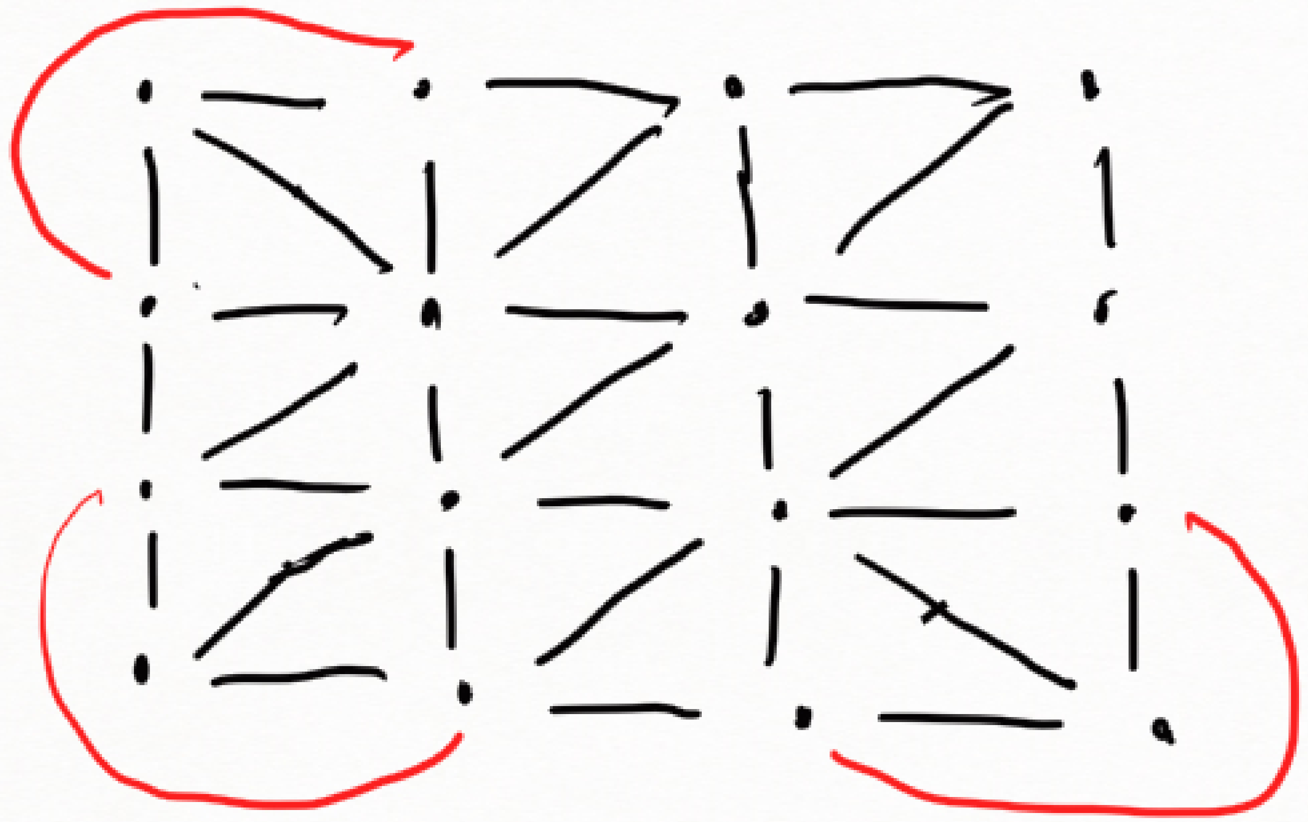
"Pique"

Las subdivisiones elementales solo agregan o sacan (al deshacer) vértices de grado 2 $\Rightarrow$ "Los otros grados tienen que coincidir"

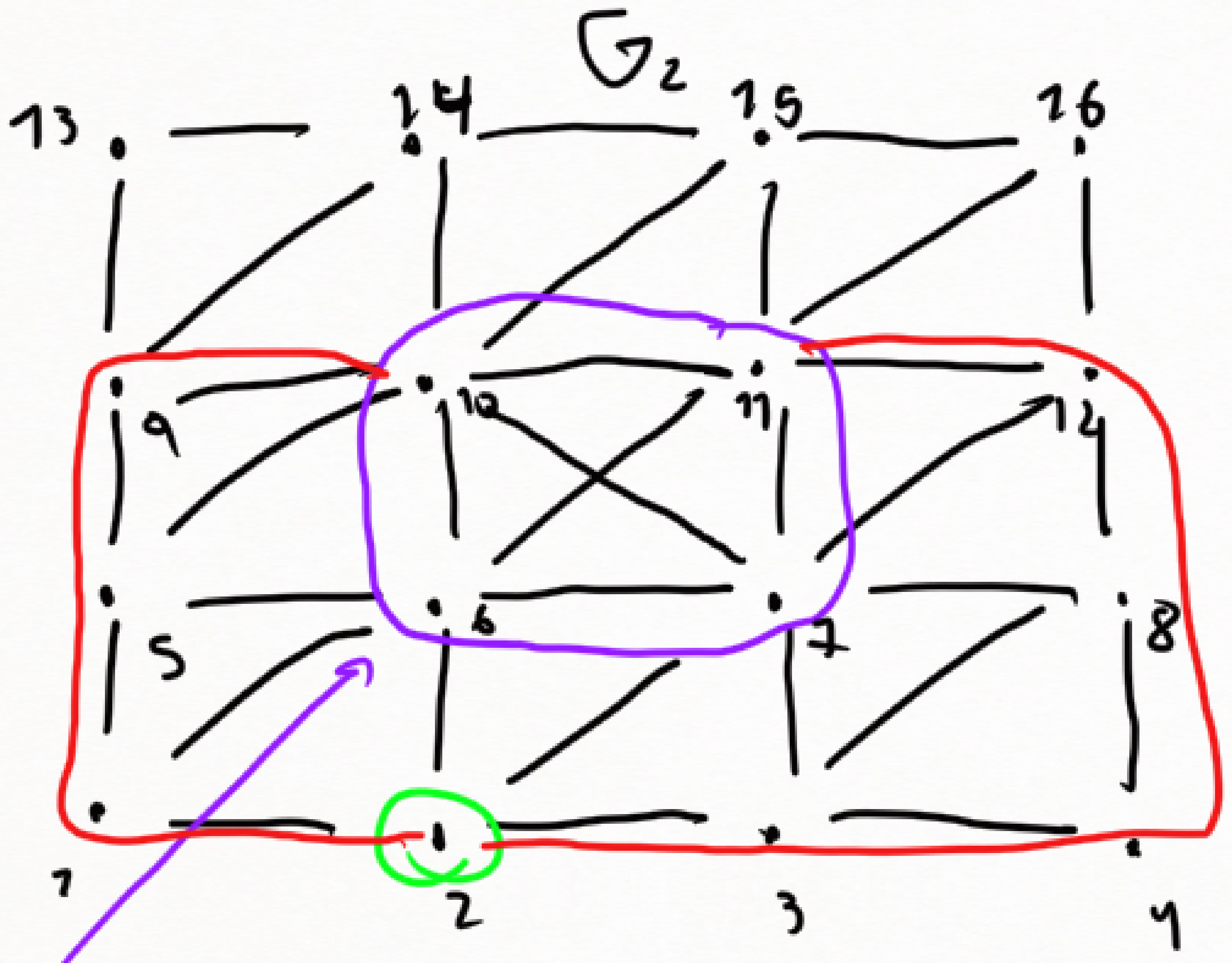
8

probar G es
- plano: inmersión al plano (dibujarlo sin que se crucen aristas)
- no plano: encontrar subgrafo homeomorfo a K_5 o $K_{3,3}$

G_1



Plano



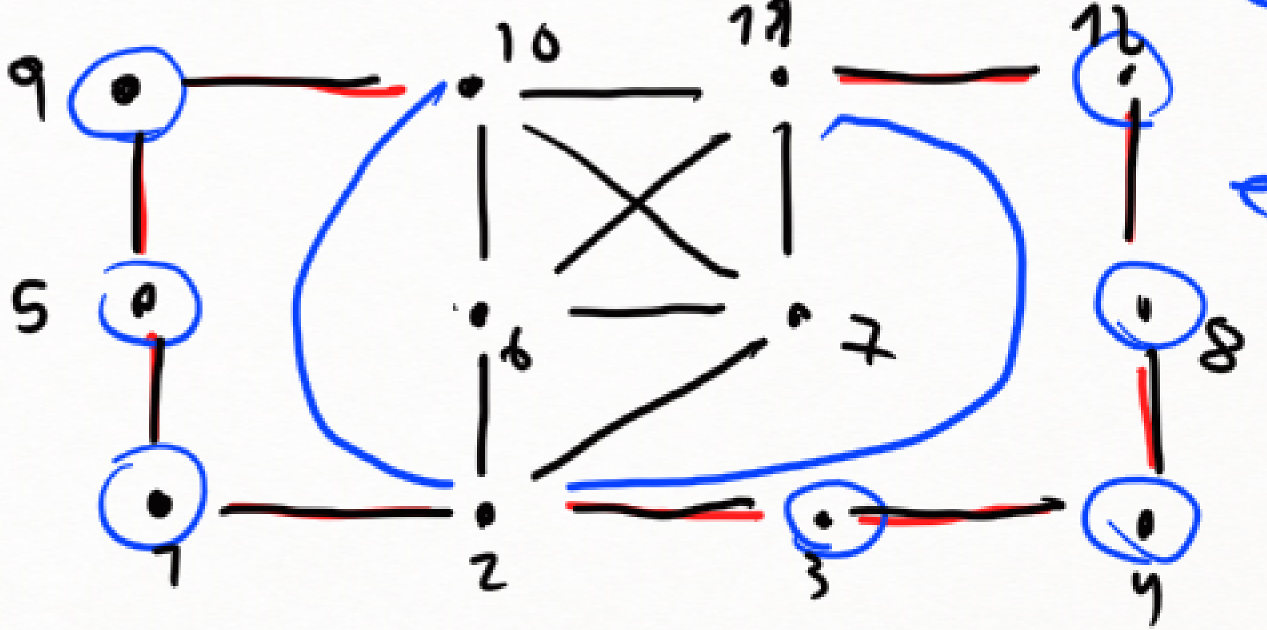
K_4 si "conectamos" otro vértice con esos 4, tenemos un K_5

(vértice de grado ≥ 4)

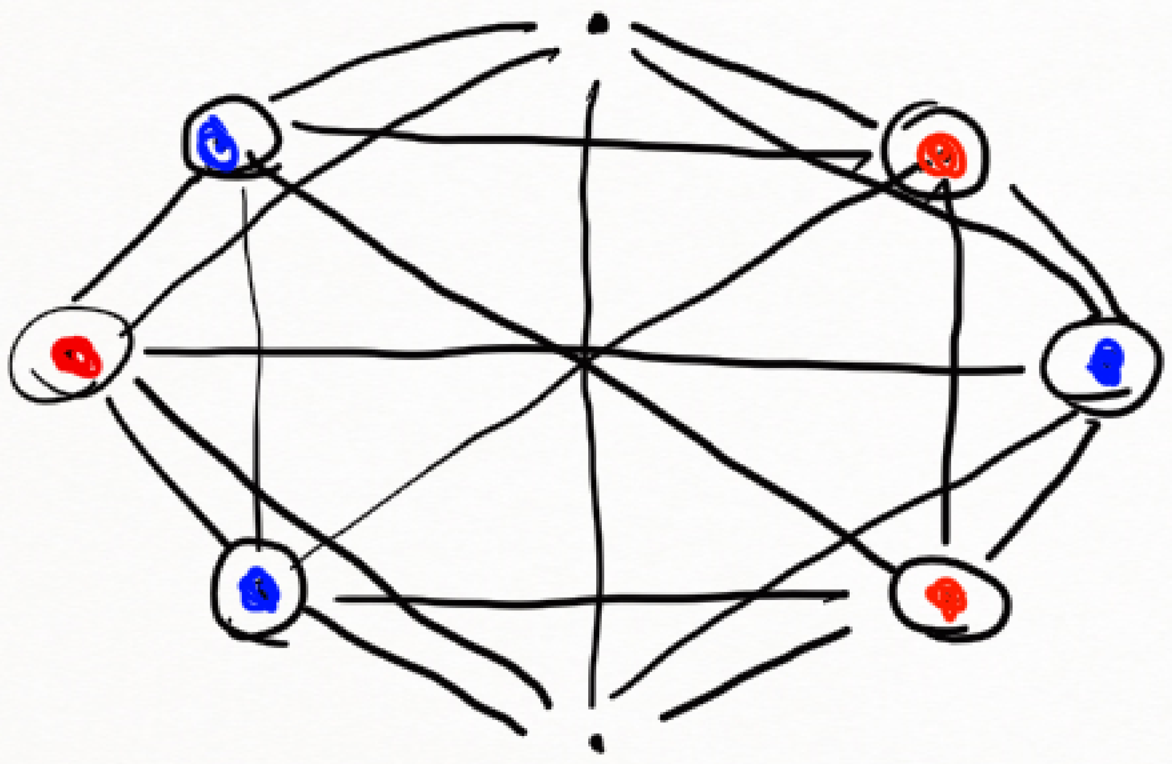
Tengo que conectar el vértice verde con los dos de arriba.

subgrafo homeomorfo a K_5

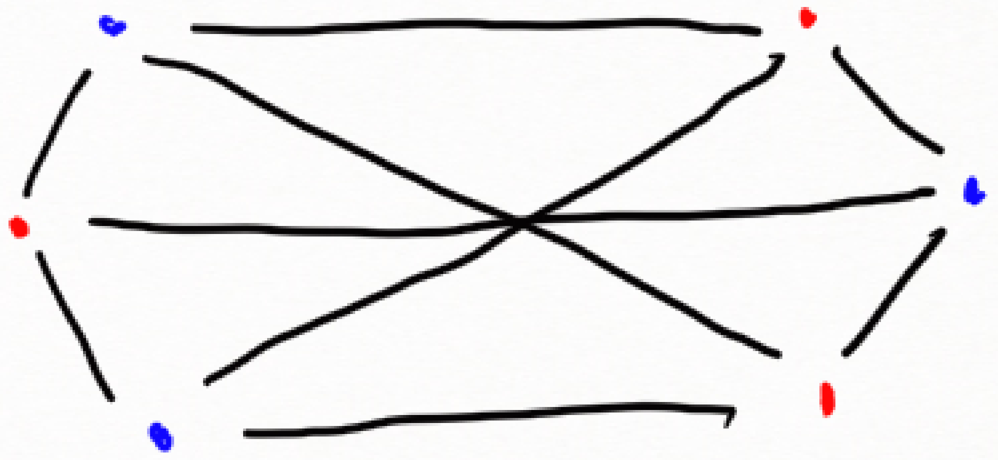
subgrafo de G_2



deshacer subdiv elementales

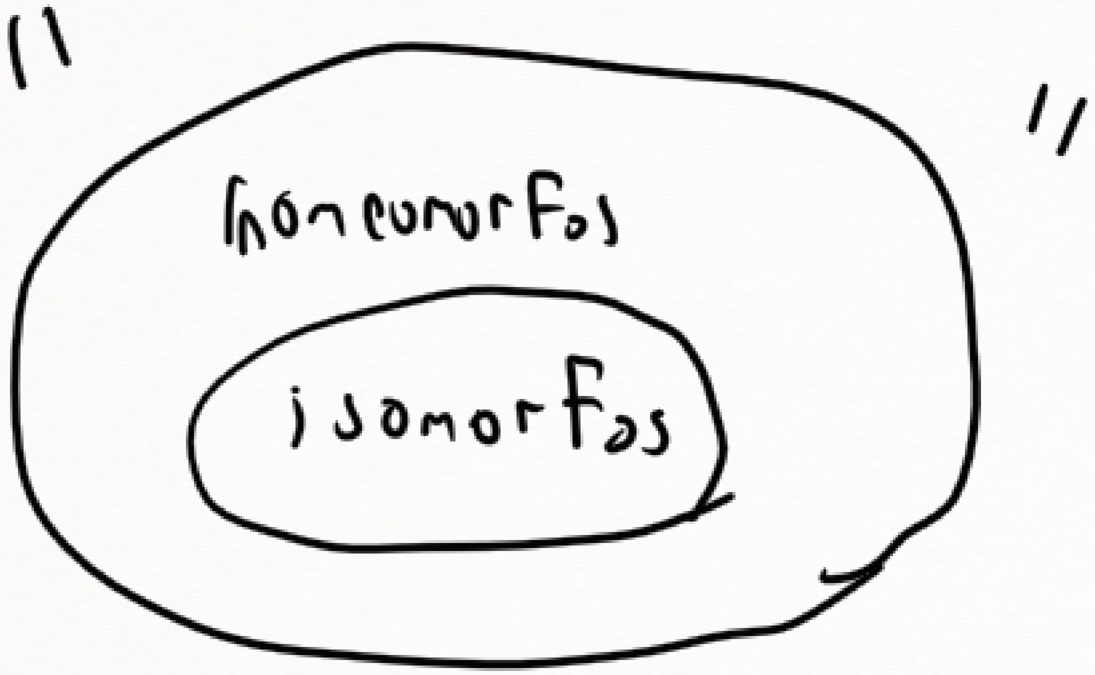


subgrafo homeomorfo a $K_{3,3}$



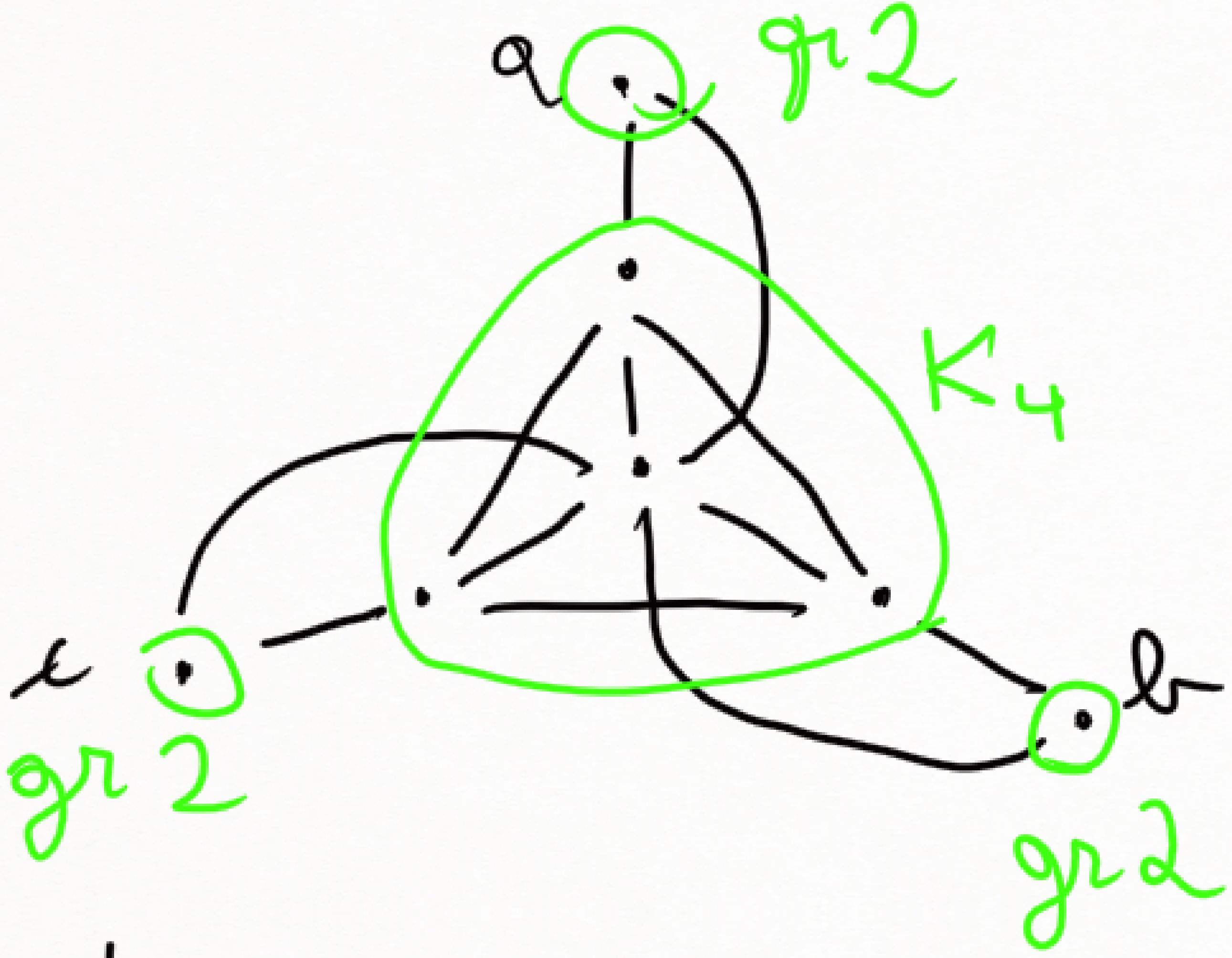
Con K_5

Los 3 rojos están conectados con los 3 azules $\Rightarrow$ es $K_{3,3}$



Obs: isomorfo $\Rightarrow$ homeomorfo.

Nos quedó isomorfo a $K_{3,3}$, lo cual implica que es homeomorfo sin necesidad de hacer ni deshacer subdivisiones elementales.



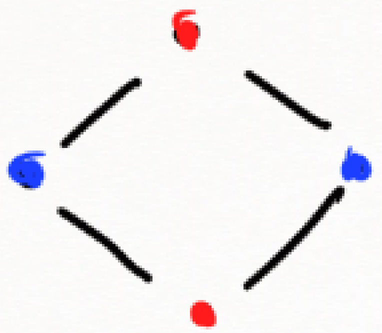
K_5 no se puede

$K_{3,3}$ tampoco porque precisaría 6 con grado ≥ 3

Coloración

- Pintar los vértices de un grafo de modo que no hayan vértices adyacentes del mismo color. Coloración propia
- Número cromático. Intuitivamente es la mínima cantidad de colores que se necesitan para colorear el grafo. $\chi(G)$

C_4



con un color no se puede

con dos sí $\Rightarrow \chi(C_4)=2$

2(a) $K_{m,n}$

m vértices

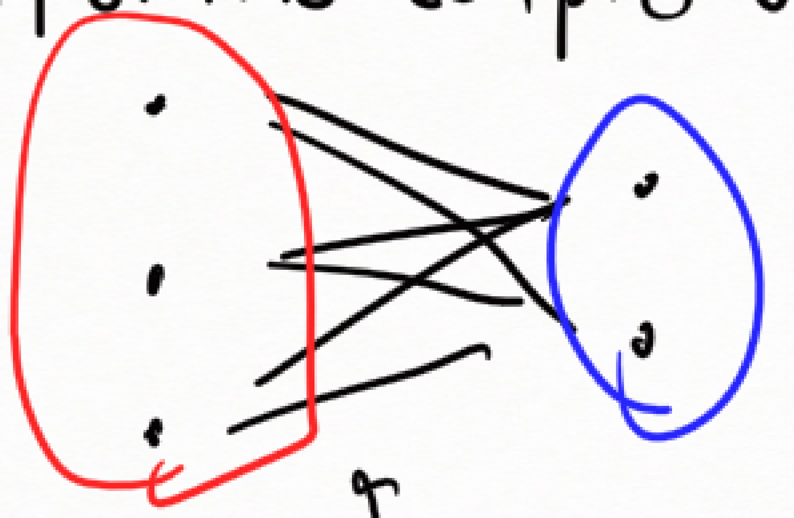
n vértices

↑ Todas las aristas posibles

$\chi(K_{m,n}) = 2$

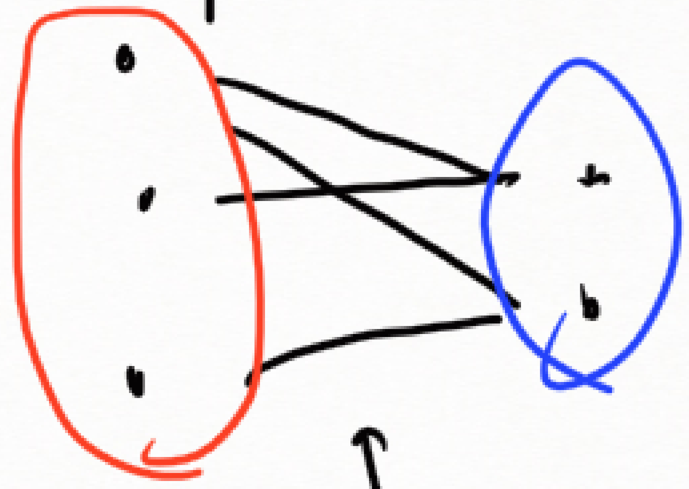
$\forall m \geq 1 \ \forall n \geq 1$

Bipartito completo $K_{3,2}$



todas las aristas posibles

Bipartito



algunas aristas, no necesariamente todas

$$G \text{ bipartito} \iff \chi(G) = 2$$

$\boxed{4}$ $G = (V, E)$ $\Delta := \max_{v \in V} gr(v)$

$\chi(G) \leq \Delta + 1$

$G' = (V', E')$

$\Delta' = \max_{w \in V'} gr(w)$

$\Delta' \leq \Delta$

Se prueba por inducción en n = cantidad de vértices

$P(n) := \forall G$ grafo con n vértices, $\chi(G) \leq \Delta + 1$

$\boxed{PB}$ $P(1)$ grafo con 1 vértice

v. $gr(v) = 0$

$\Delta = 0$

$\chi(G) = 1 \leq 0 + 1$

$\boxed{PI}$ (H) $\forall G$ con n vértices $\chi(G) \leq \Delta + 1$

(T) $\forall G$ con $n+1$ vértices $\chi(G) \leq \Delta + 1$

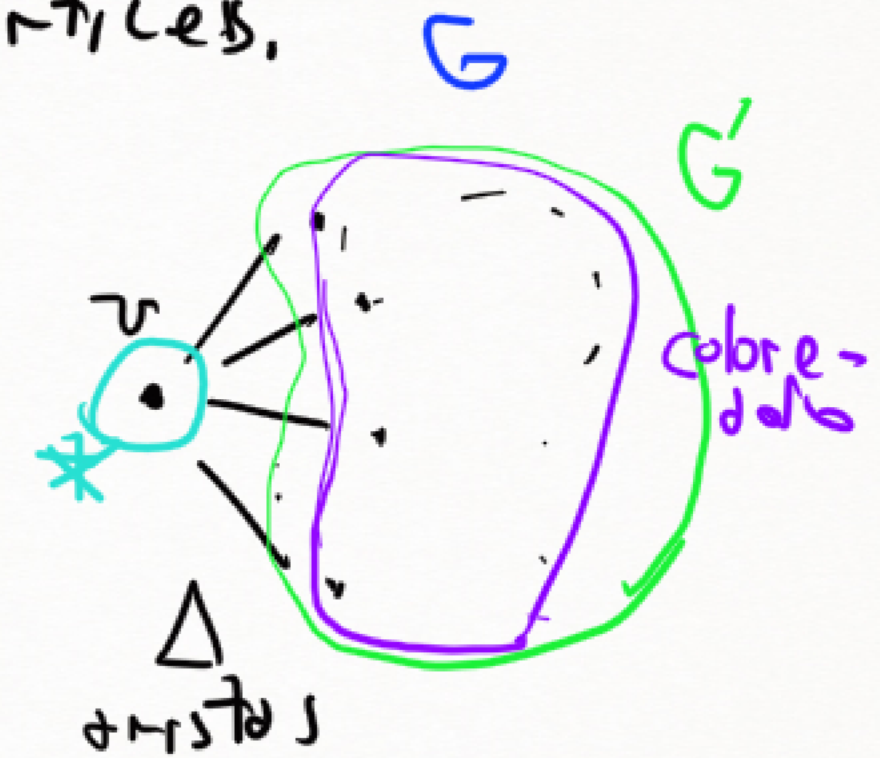
Dem

Sea $G = (V, E)$ un grafo con $n+1$ vértices.

Sea $v \in V$ con $gr(v) = \Delta$

Sea $G' = G - v$. Tiene n vértices (H) $\Longrightarrow \chi(G') \leq \Delta' + 1 \leq \Delta + 1$

$\Longrightarrow G'$ se puede colorear con $\Delta + 1$ colores



Fin: v tiene Δ vértices ady pero tenemos $\Delta + 1$ colores $\Longrightarrow$ podemos pintar v con otro color