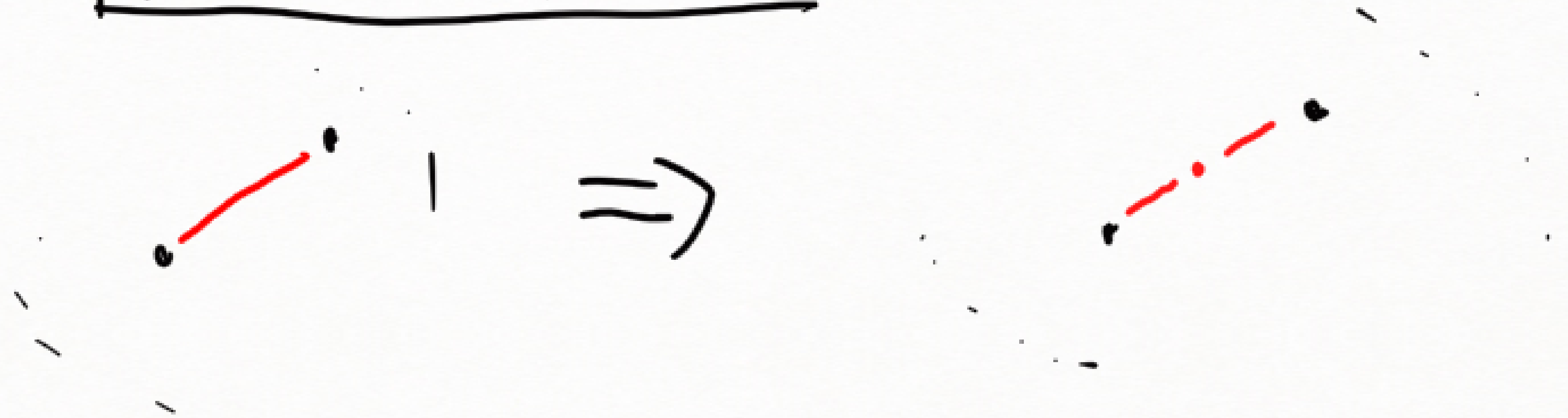
Esto semana: terminar P10, P11 | La que viene: Repaso y parciales viejos | 2 semanas: Segundos parciales | 3 semanas: Exámenes | 2do semest

Homeomorfismos

subdivisión elemental:

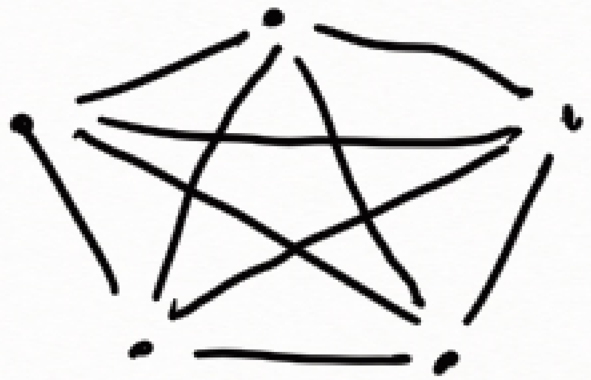


G_1 es homeomorfo a $G_2 \iff$ se puede transformar uno en el otro realizando y deshaciendo subdivisiones elementales.

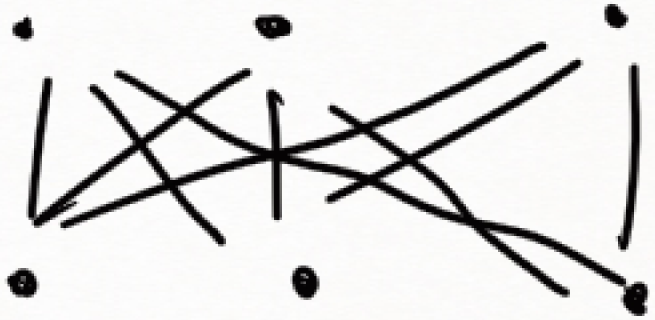
Kuratowsky

2 ejemplos de grafos no planos:
(Dem v II/2) de Claudio)

K_5



$K_{3,3}$



Teorema de Kuratowsky

G no es plano $\Longleftrightarrow$ G tiene un subgrafo homeomorfo a K_5 o $K_{3,3}$

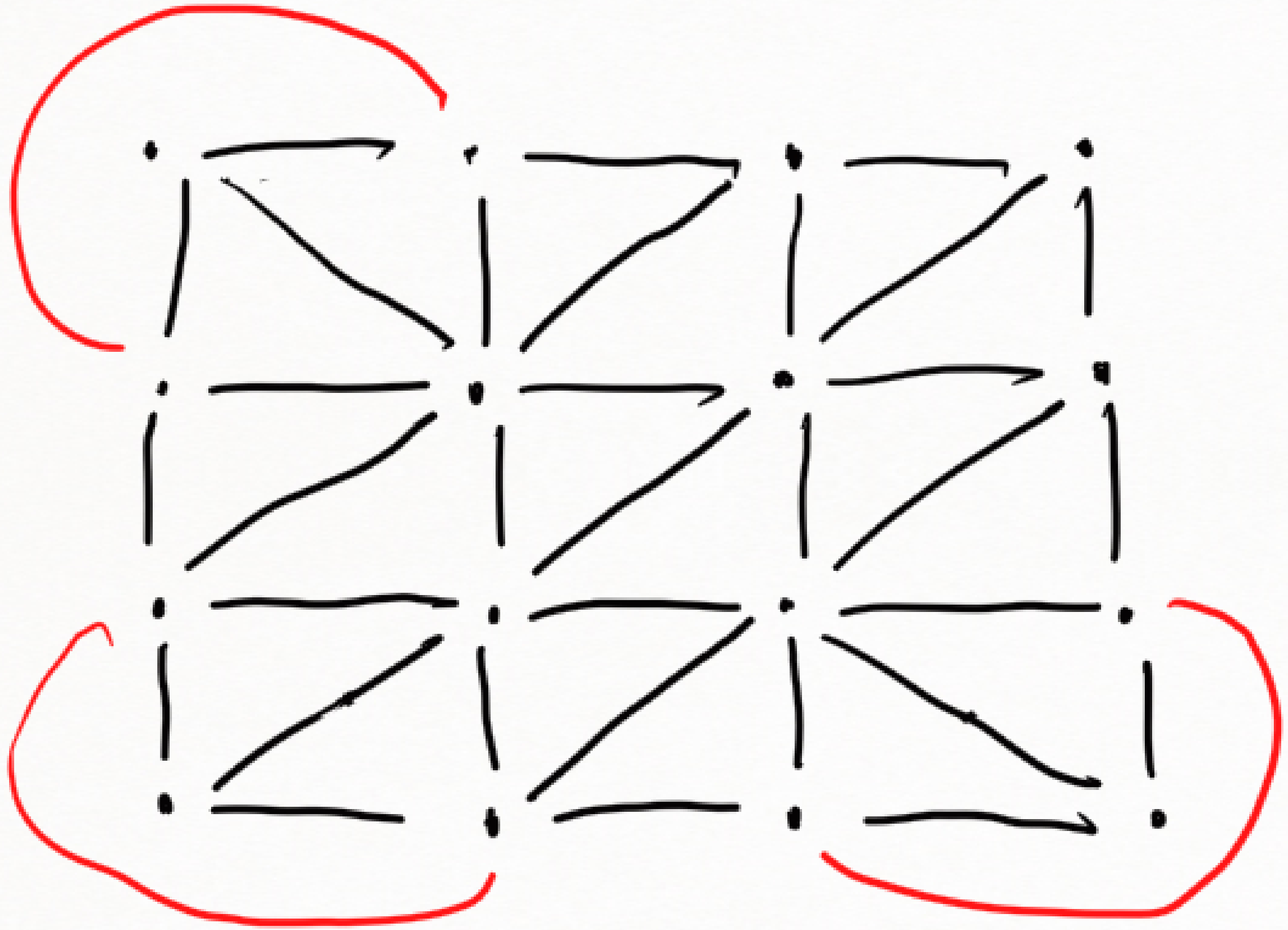
Obs: Haciendo y deshaciendo subdivisiones elementales se agregan o se quitan vértices de grado 2.

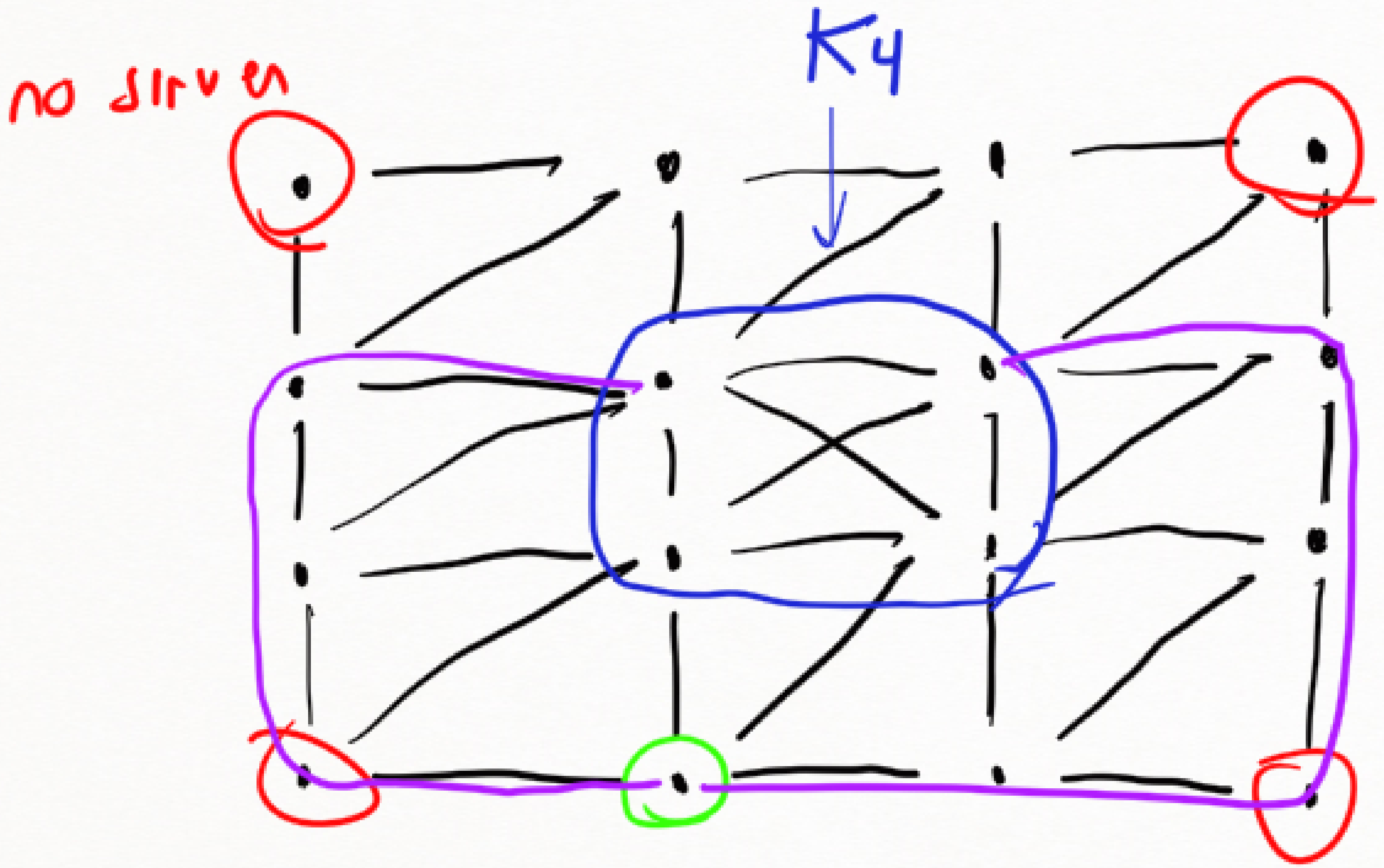
$\Longrightarrow$ Si dos grafos son homeomorfos tienen la misma cantidad de vértices de todos los otros grados.

8

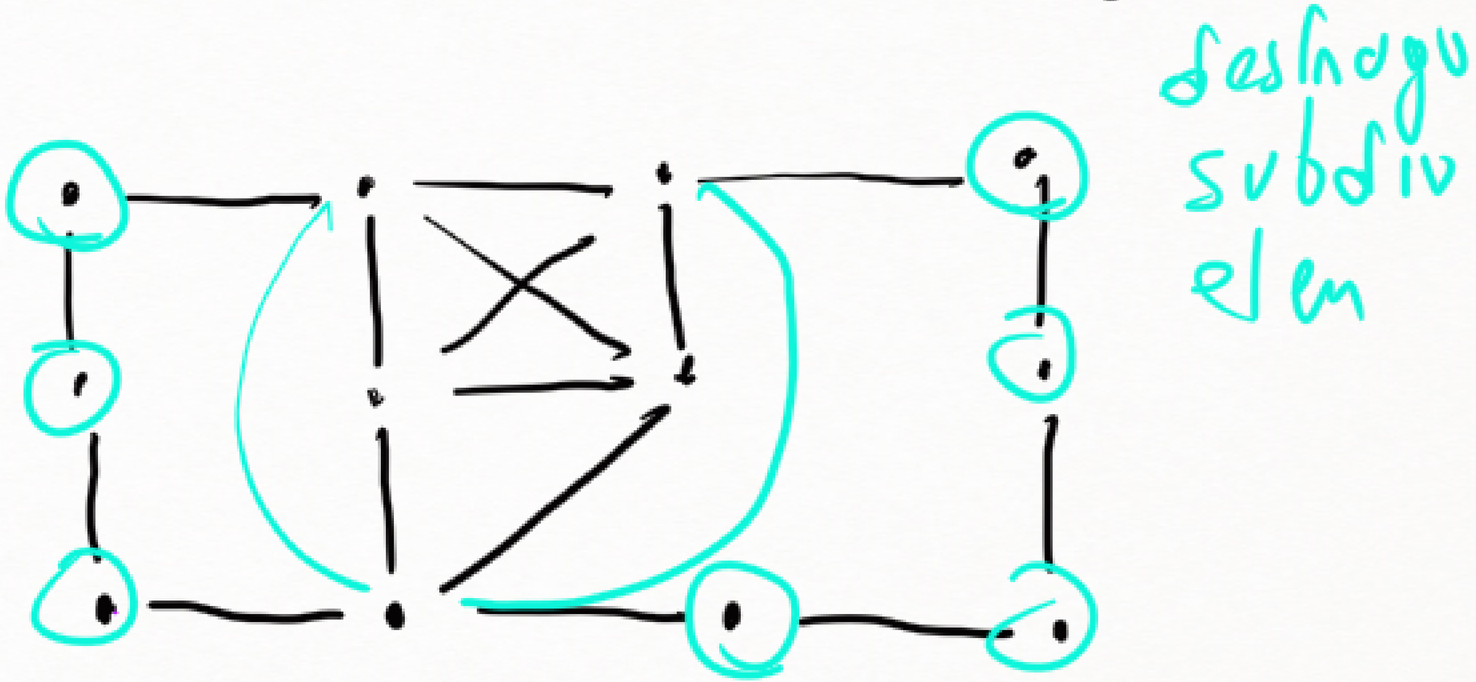
probar que G → es plano: Hacer una inmersión (dibujarlo sin que se corten las aristas)

→ no es plano: Encontrar subgrafo homeomorfo a K_5 o $K_{3,3}$



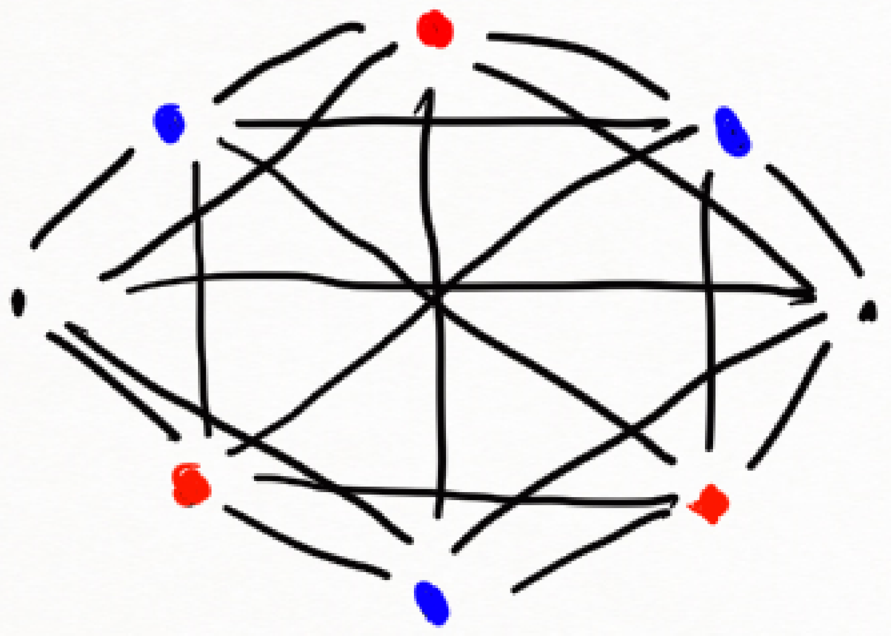


subgrafo homeomorfo a K_5



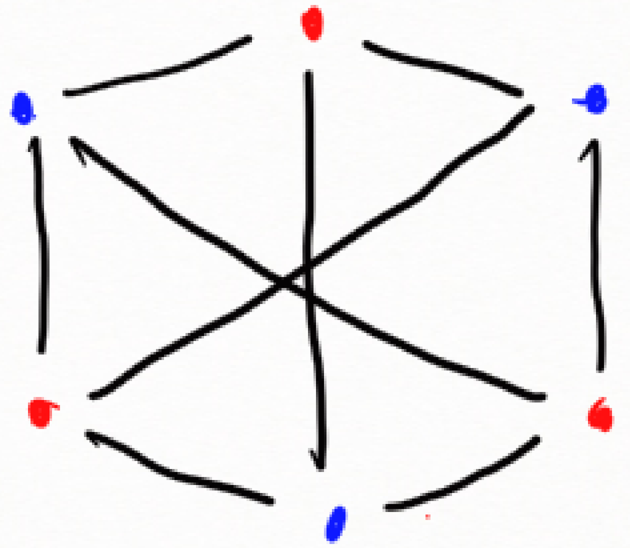
Tenemos un K_4. Hay que encontrar un 5^{to} vértice que podamos conectar con esos 4.
Ese vértice debe tener grado ≥ 4.

El vértice verde está conectado con los dos de abajo. Hay que conectarlo con los de arriba por caminos simples.



$K_{3,3}$: 3 vértices rojos
3 vértices azules
aristas entre rojos
y azules

subgrafo homeomorfo a $K_{3,3}$



Es isomorfo a $K_{3,3}$ (hay una arista entre cada rojo y cada azul, y no hay aristas entre vértices de = color)

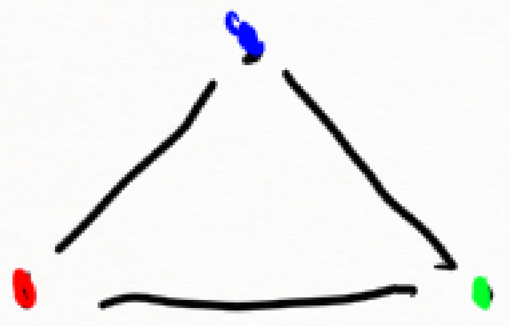
$\Longrightarrow$ Es homeomorfo a $K_{3,3}$

Se lo transforma a $K_{3,3}$ con 0 subdiv elementales.

$\boxed{\text{Isomorfo} \Longrightarrow \text{Homeomorfo}}$

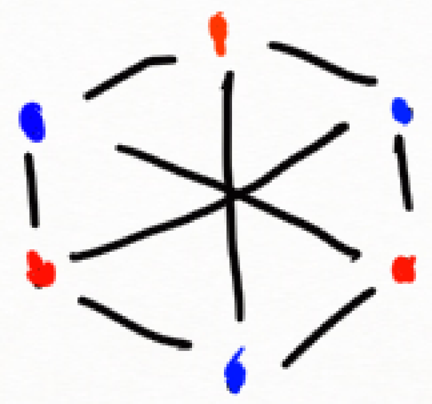
Coloración

Coloración propia: Pintar los vértices de modo que no hayan aristas entre vértices del mismo color.



$\chi(G) = 3$

Según el grafo se necesitan más o menos colores



$(K_{3,3})$

$\chi(G) = 2$

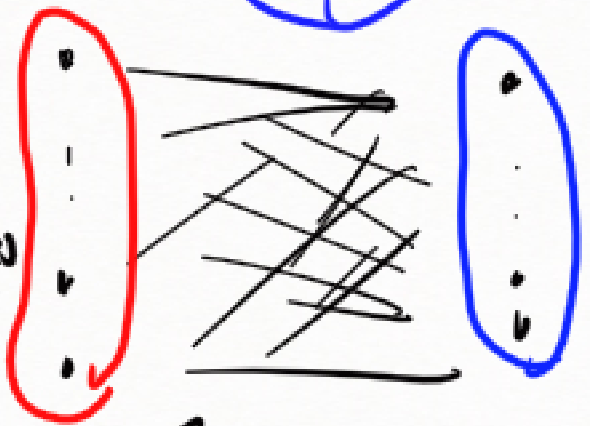
Número cromático: "mínima cantidad de colores necesarias para colorear el grafo. $\chi(G)$"

Es el mínimo $\lambda \in \mathbb{N}$ que no es raíz del polinomio cromático.

$K_{m,n}$

m vértices

2



n vértices

$\chi(K_{m,n}) = 2$

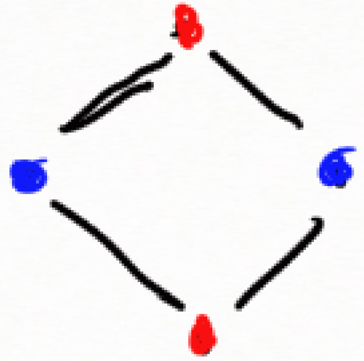
Todas los posibles aristas
(bipartito completo $K_{m,n}$)

En general un grafo es bipartito $\iff$ $\chi(G) = 2$

C_3

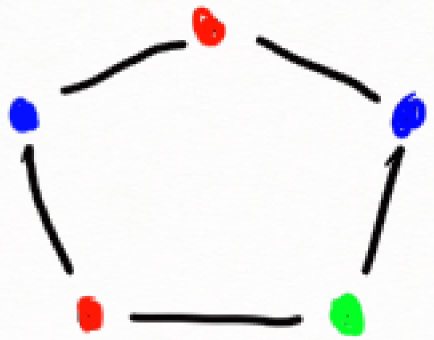
$\chi(C_3) = 3$

C_4



$\chi(C_4) = 2$

C_5



$\chi(C_5) = 3$

si n es par cierra bien con 2 colores

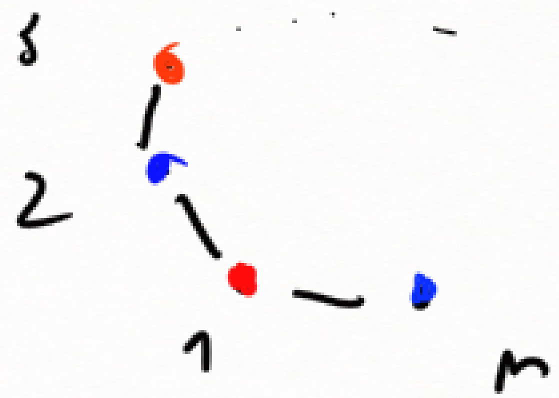
si n es impar necesariamente hay que usar 3

$$\chi(C_n) = \begin{cases} 2 & \text{si } n \text{ es par} \\ 3 & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$$

m par $V = \{1, 2, \ldots, m\}$

Vértices impares $\rightarrow$ rojo ✓

vértices pares $\rightarrow$ azul



Funciona xq m es par y quedó azul.

---

m impar. $\Rightarrow$ C_m es un ciclo de largo impar igual a m

si estuviera coloreado con 2 colores no podría haber ciclos de largo impar $\Rightarrow$ no se puede colorear con 2

caminos de largo impar arrancan y terminan en colores opuestos

$\Rightarrow$ no pueden ser ciclos.

$\Rightarrow$ se necesitan al menos 3 colores.

$\forall v_0 \quad gr(v_0) \geq 6$

$$\boxed{3v - e \geq 6}$$

$$v - e + r = k + 1$$

$$\sum gr\, v = 2e$$

$$\sum gr\, R = 2e$$

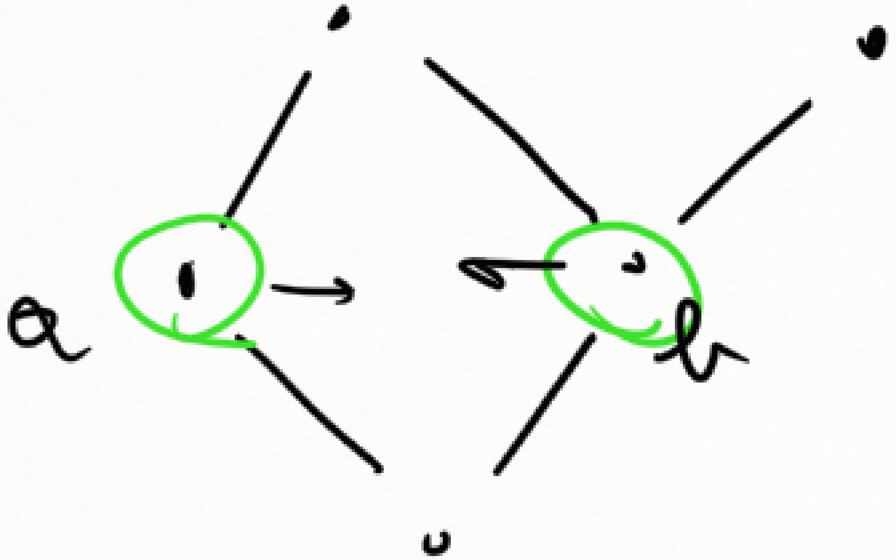
$$\sum_{v_0} gr(v_0) = 2e \Rightarrow e \geq 3v$$

$$3v - 6 \geq e \geq 3v$$

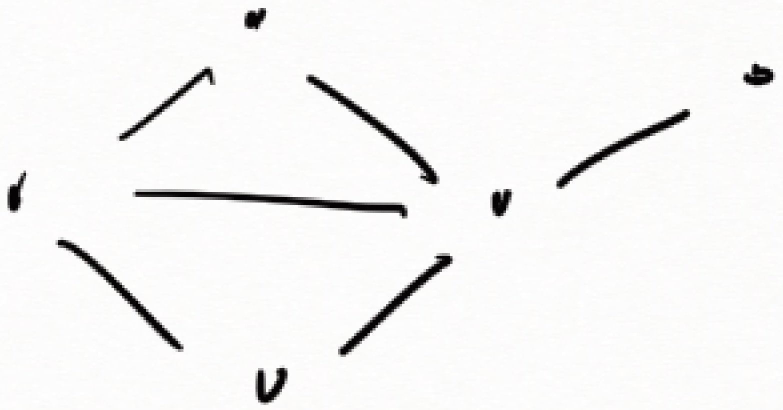
$$\Rightarrow 3v - 6 \geq 3v \; \lightning$$

$$-6 \geq 0$$

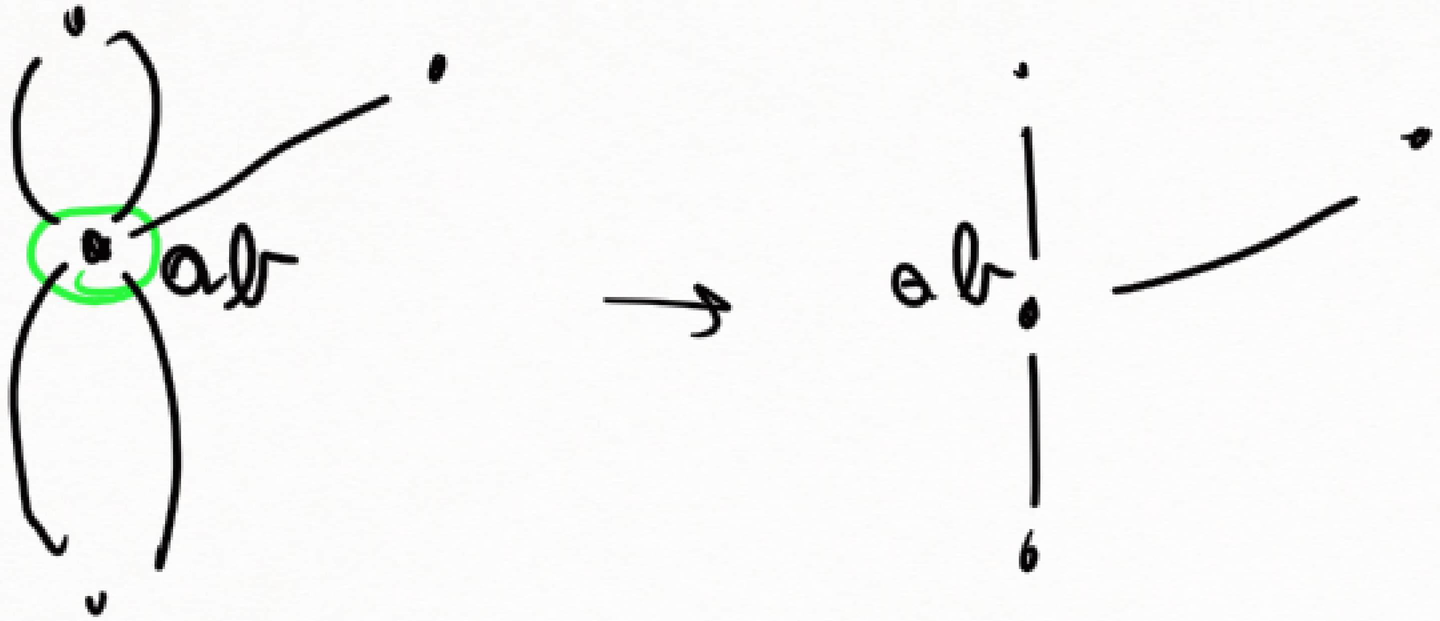
$$\sum_{v_0 \in V} gr(v_0) \geq \sum_{v_0 \in V} 6 = 6 \times v$$

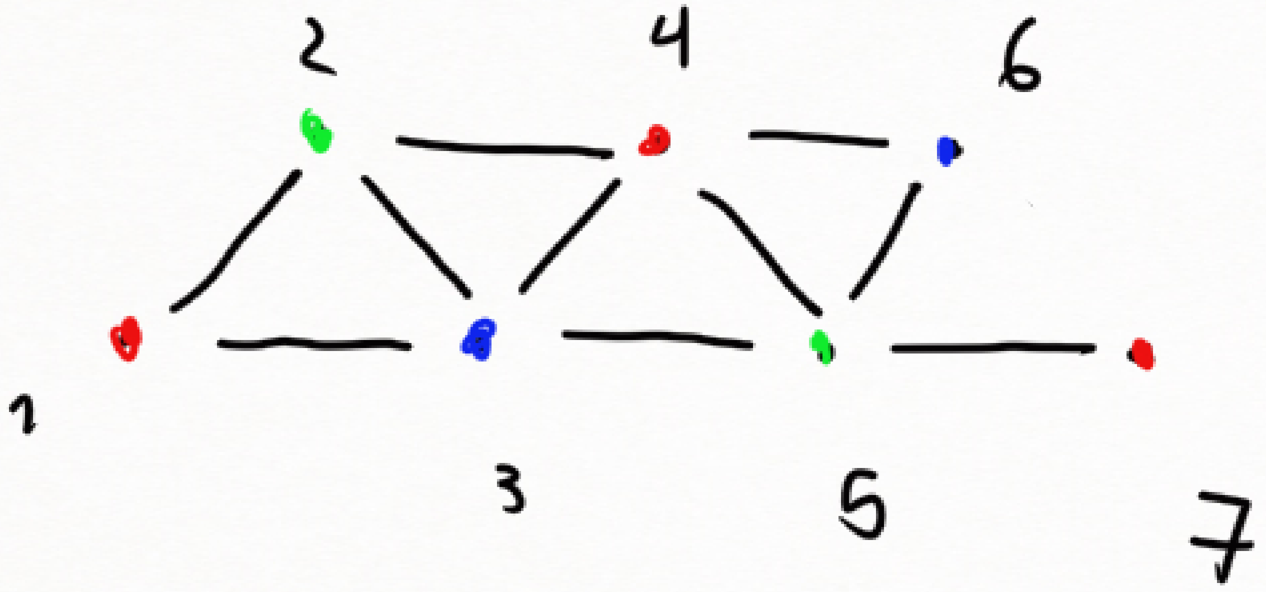


si color de a $\neq$ color b



si el color es el mismo, da igual fusionarlos





2
4
6
1
3
5
7