

Grafos hamiltonianos

Camino hamiltoniano: Camino simple que pasa por todos los vértices (sin repetir)

Ciclo hamiltoniano: Ciclo que pasa por todos los vértices (sin repetir)

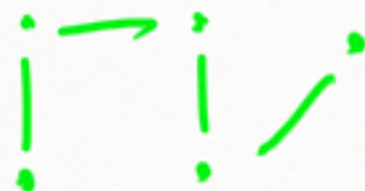


Camino hamiltoniano

El grafo tiene 5 vértices

Un camino hamiltoniano es un subgrafo isomorfo a P_5

P_5 . - . - . - . - .



Ciclo hamiltoniano

El grafo tiene 5 vértices

Un ciclo hamiltoniano es un subgrafo isomorfo a C_5



Recordar: Para saber si un grafo tiene o no **circuito euleriano** basta con ver si es conexo y todos los vértices tienen grado par. Es relativamente sencillo.

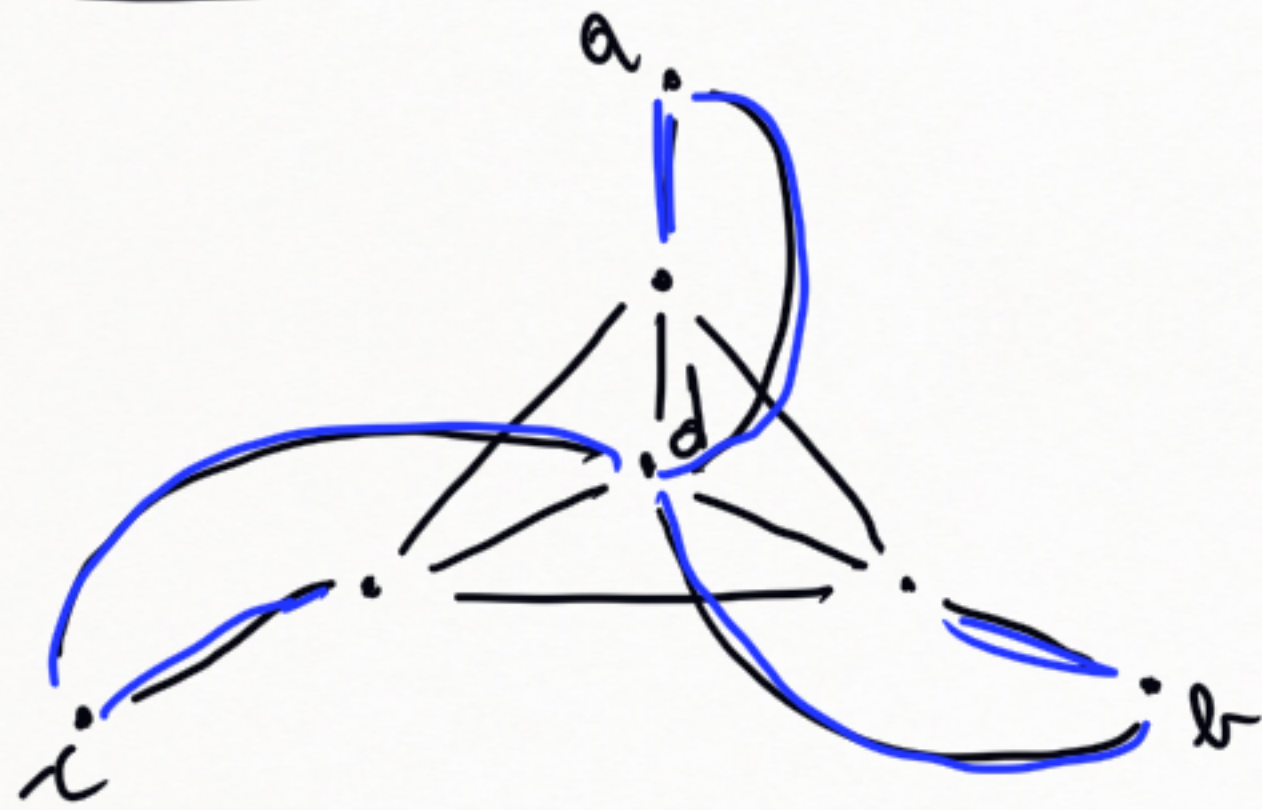
Para saber si un grafo tiene o no **ciclo hamiltoniano** no hay ningún método sencillo que siempre funcione.

Hay que pensar según el grafo

$G = (V, E)$ un grafo con ciclo hamiltoniano γ

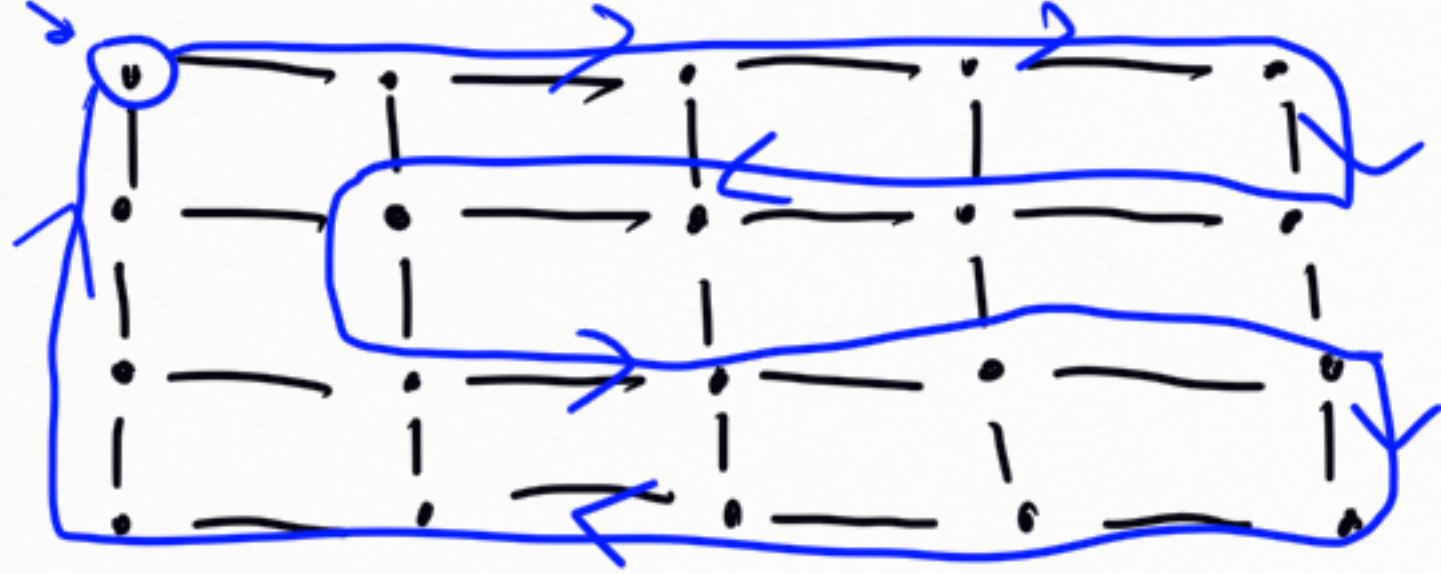
Sea $v \in V$ un vértice cualquiera. γ pasa por exactamente 2 aristas adyacentes a v

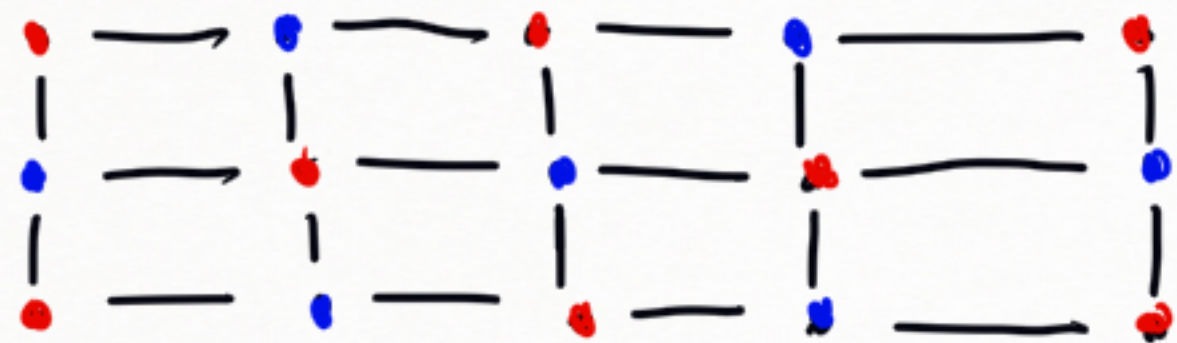
no puede
pasar



Supongamos que hay un ciclo hamiltoniano γ .

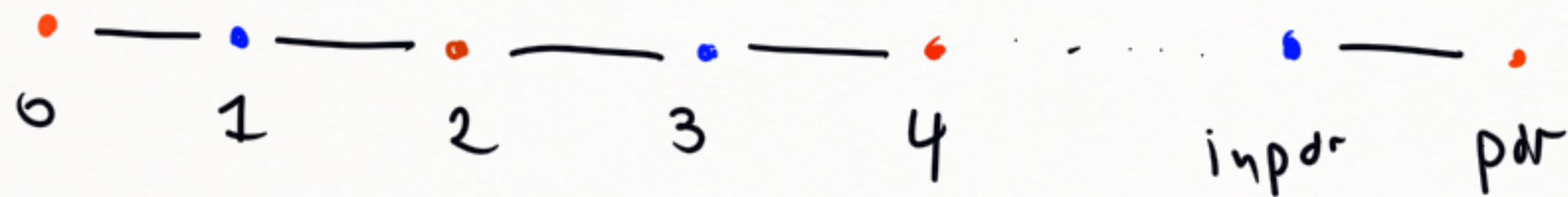
Los vértices a, b y c tienen solo 2 aristas adyacentes cada uno $\Rightarrow \gamma$ sí o sí debe pasar por esos dos, para a, b y c .
Hay 3 aristas adyacentes a d en el ciclo, pero para que sea un ciclo, deberían ser 2.
 $\Rightarrow$ no existe ciclo ham. Absurdo.





Todas las aristas son entre un vértice rojo y uno azul.

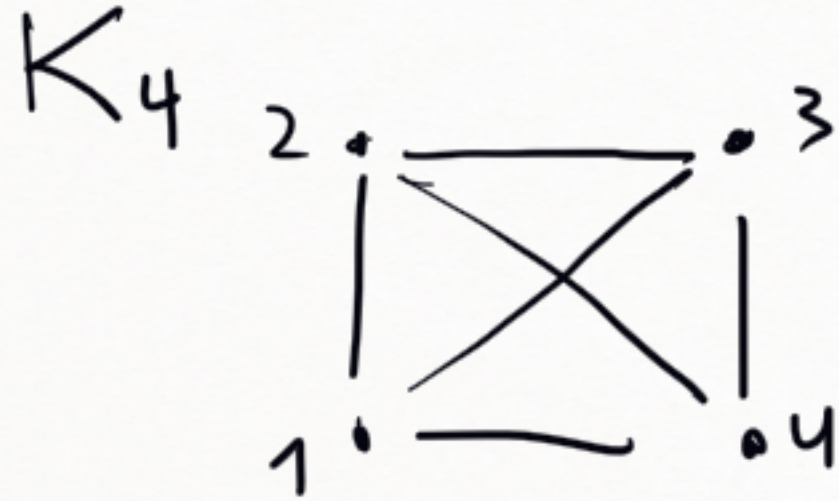
Los caminos que arrancan y terminan en vértices del mismo color tienen largo par.



El grafo tiene 15 vértices $\Rightarrow$ un ciclo hamiltoniano tendría largo 15, pero tendría que arrancar y terminar en el mismo color $\Rightarrow$ debería tener largo par $\Rightarrow$ No existe ciclo hamiltoniano

Planaridad

Un grafo es plano si se lo puede dibujar sin que se crucen sus aristas. Inmersión al plano de un grafo es una forma de dibujarlo sin que se crucen las aristas.



es una forma de dibujar
el grafo K_4
no inmersión



otra forma de dibujar
el mismo grafo.
Inmersión al plano

$$G = (V, E)$$

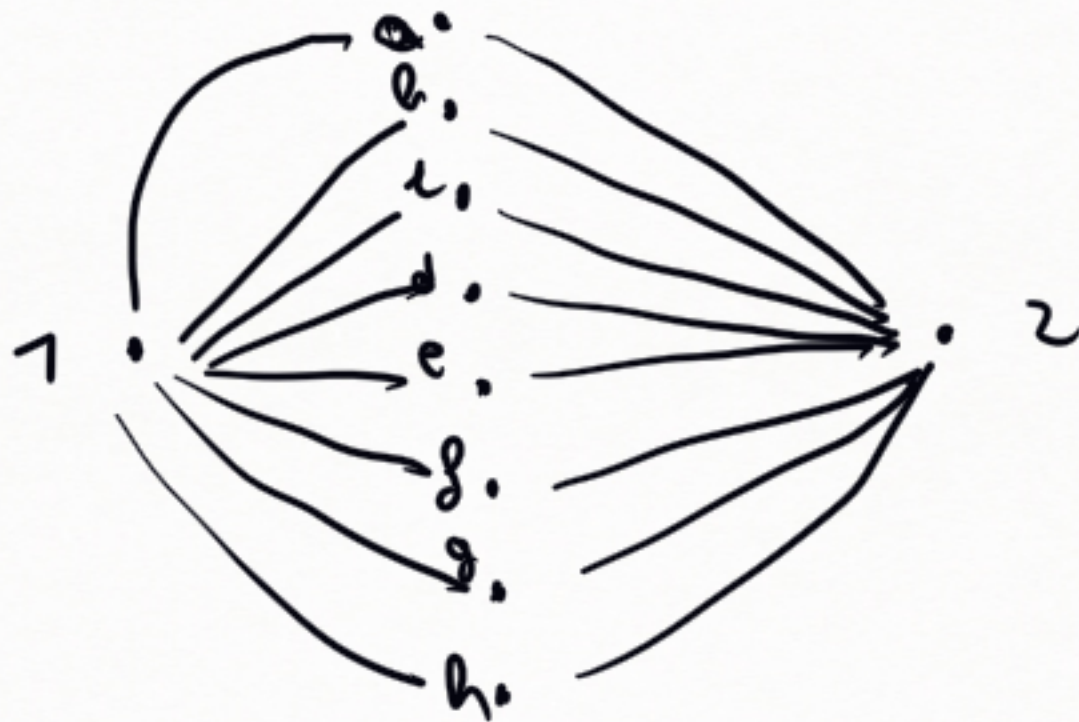


otra inmersión
al plano

El cubo es un cubito y lo vemos en perspectiva.



$K_{2,8}$



$$K_{2,8} = (V, E)$$

$$V = \{1, 2, a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

$$E =$$

$$\{1a, 1b, 1c, 1d, 1e, 1f, 1g, 1h, 2a, 2b, 2c, 2d, 2e, 2f, 2g, 2h\}$$