

Inducción fuerte

(PB) $P(1), P(2), P(3)$ tres pasos base en total

(PI) $\oplus P(m-3), P(m-2), P(m-1)$ $\textcircled{I} P(m)$ m.z.4

$$a_m = 2a_{m-1} + 7a_{m-2} + a_{m-3} \quad a_1 = 3 \quad a_2 = 10 \quad a_3 = 30$$

sucesión en recurrencia

$$P(m): a_m > 3^m$$

(PB)

$P(1): a_1 > 3^1$
 $a_1 = 3 > 3 \checkmark$

$P(3): a_3 > 3^3 = 27$
 $a_3 = 30 > 27 \checkmark$

$P(2): a_2 > 3^2 = 9$
 $a_2 = 10 > 9 \checkmark$

(PI) $\oplus a_{m-3} > 3^{m-3}; a_{m-2} > 3^{m-2};$
 $a_{m-1} > 3^{m-1}$

$$\textcircled{I} a_m > 3^m$$

De

$$a_m = 2a_{m-1} + 7a_{m-2} + a_{m-3} > 2 \times 3^{m-1} + 7 \cdot 3^{m-2} + 3^{m-3}$$

$\underbrace{\quad}_{\geq 3^{m-1}} \quad \underbrace{\quad}_{\geq 3^{m-2}} \quad \underbrace{\quad}_{\geq 3^{m-3}} \quad \textcircled{H}$

$$\textcircled{H} \quad a_{m-1} \geq 3^{m-1}; \quad a_{m-2} \geq 3^{m-2}; \quad a_{m-3} \geq 3^{m-3} \quad \textcircled{I} \quad a_m \geq 3^m$$

$P(m-1) \qquad P(m-2) \qquad P(m-3) \qquad P(m)$

$$P(m) = a_m \geq 3^m$$

Dem

$$a_m = 2a_{m-1} + 7a_{m-2} + a_{m-3} \geq 2 \times 3^{m-1} + 7 \times 3^{m-2} + 3^{m-3} \geq 3^m$$

↖ *g'verens ver*

Høy g'v' ver g'v' $2 \times 3^{m-1} + 7 \times 3^{m-2} + 3^{m-3} \geq 3^m$

$$\Leftrightarrow 2 \times 3^2 \times 3^{m-3} + 7 \times 3 \times 3^{m-3} + 3^{m-3} \geq 3^m$$

$$\Leftrightarrow (2 \times 3^2 + 7 \times 3 + 1) \times 3^{m-3} \geq 3^3 \times 3^{m-3}$$

$$\Leftrightarrow^* 2 \times 3^2 + 7 \times 3 + 1 \geq 3^3$$

$$\Leftrightarrow 2 \times 9 + 7 \times 3 + 1 \geq 27$$

$$\Leftrightarrow 40 \geq 27 \quad \checkmark$$

$$3^{m-1} = 3^{m-3+2} = 3^{m-3} \times 3^2$$

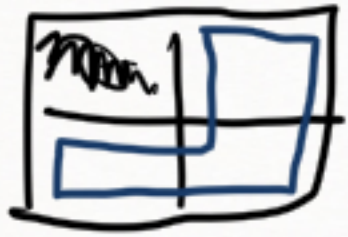
$$3^{m-2} = 3^{m-3+1} = 3^{m-3} \times 3^1$$

$$3^m = 3^{m-3+3} = 3^{m-3} \times 3^3$$

$$3^{a+b} = 3^a \times 3^b$$

$$3^{m-1} = 3^{\underbrace{m-3}_a + \underbrace{2}_b} = 3^{m-3} \times 3^2$$

$m=1$ Ejemplos $\frac{E_j \exists}{m=2}$



Vamos a probar por inducción completa que cualquier tablero de lado 2^m al que le falta un cuadradito, se puede cubrir con (PB) L's de 3 cuadraditos c/v.

$P(m)$

(PB) $m=1$

Hay 4 casos posibles:

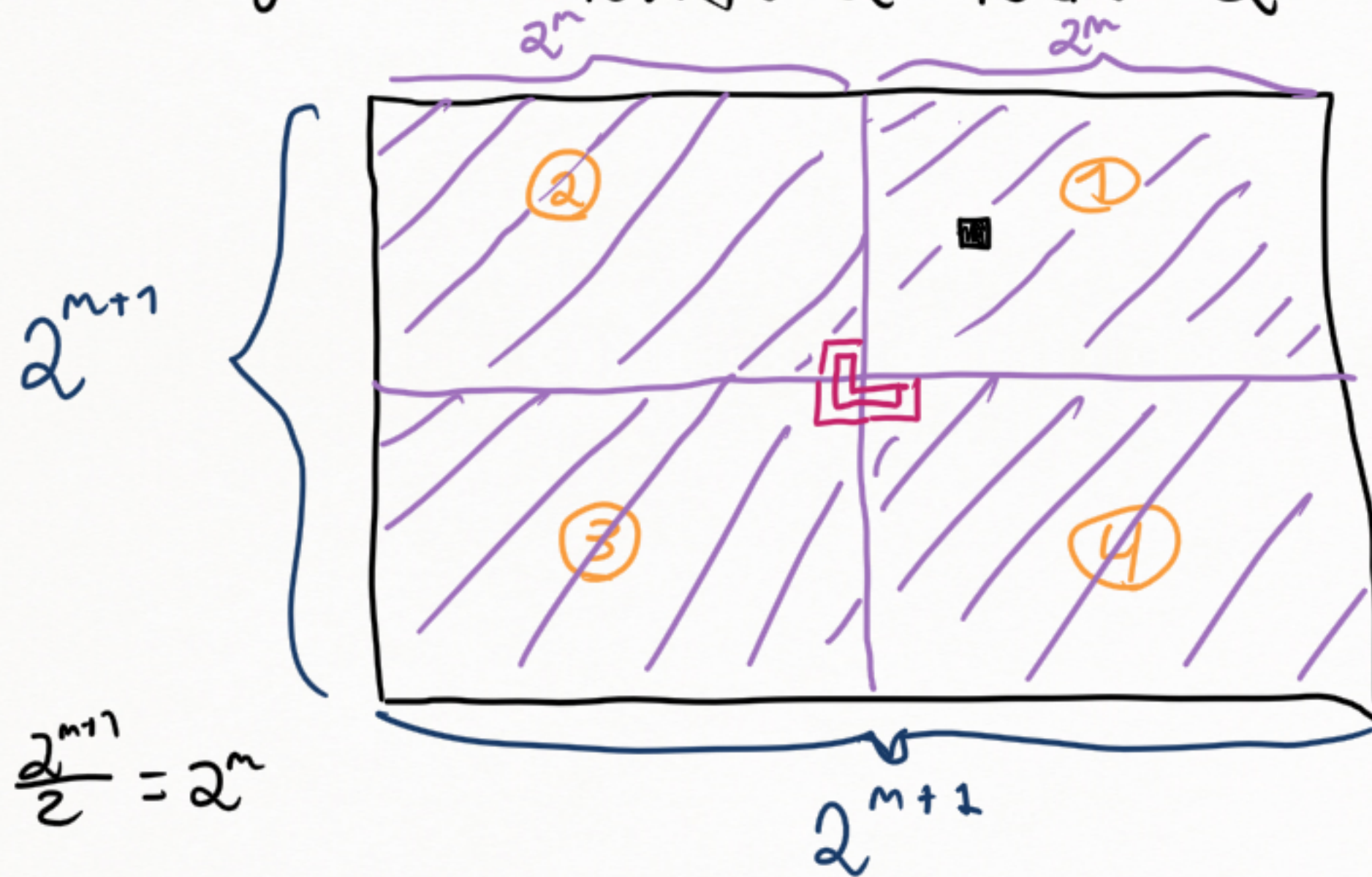


en todos se puede

(PI) $\textcircled{H}$ A cualquier tablero de lado 2^m que le falte un cuadradito lo podemos cubrir con $\textcircled{H}$.

$\textcircled{I}$ Lo mismo para tableros de lado 2^{m+1}

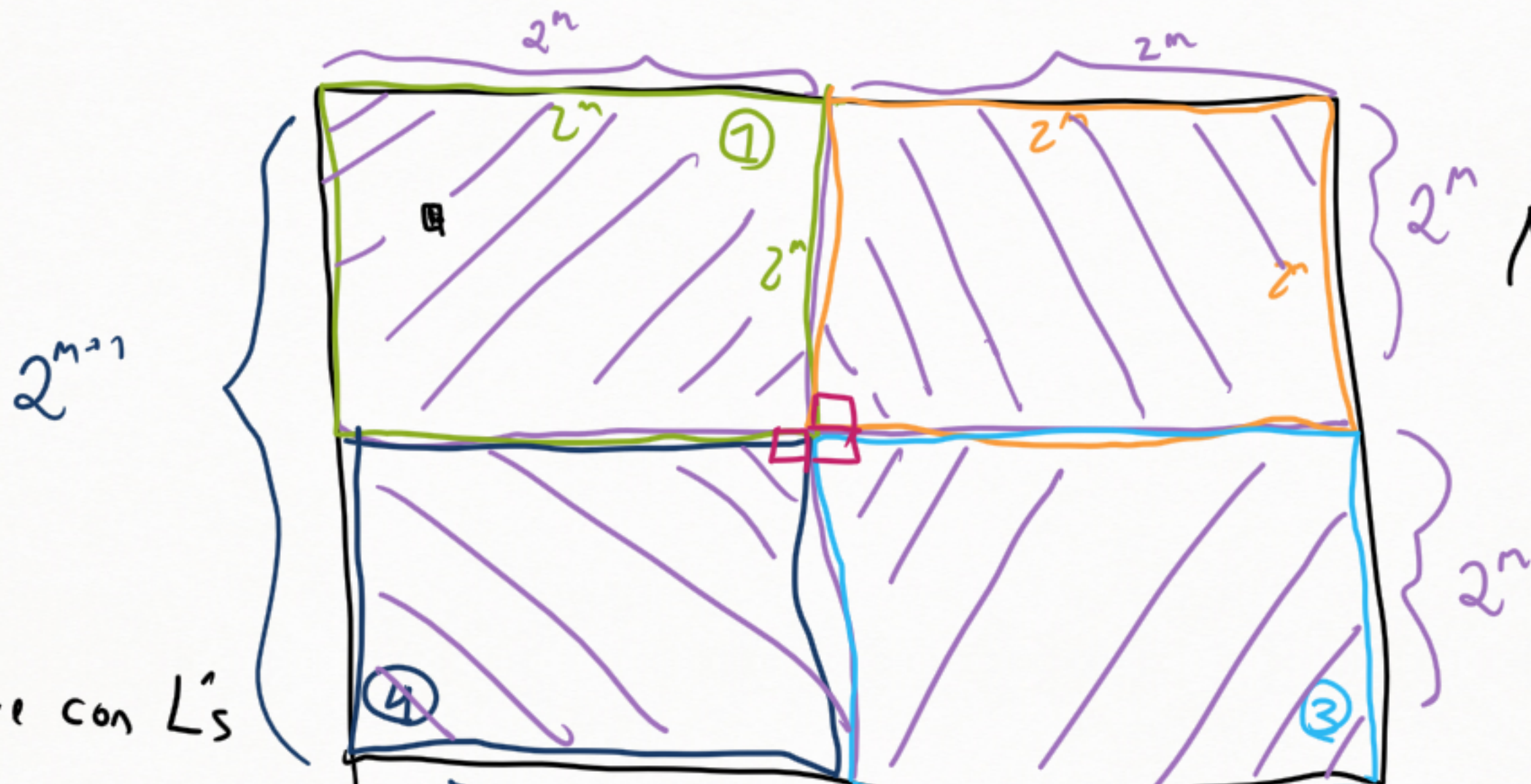
De Fijamos un tablero de lado 2^{m+1} cualquiera, al que le falte un $\square$



$\textcircled{1}$ Por HI lo rellenamos con $\textcircled{H}$

$\textcircled{2}$ Si le sacamos $\square$, al resto lo podemos rellenar con $\textcircled{H}$ por $\textcircled{H}$

Hacemos lo mismo con $\textcircled{3}$ y $\textcircled{4}$
Los 3 cuadraditos que faltan cubrir tienen forma de L, así que agregamos $\textcircled{L}$ y queda cubierto todo el tablero.



$$\frac{2^{m+1}}{2} = \frac{2^m \times 2}{2}$$

Finalmente, solo faltan los 3  que sacamos pero como están en , con agregar esa L se cubre todo.

① Se cubre con L 's por 

② Al principio tiene todas las , por lo que no podemos aplicarle de una la . Le sacamos un cuadradito , para poder aplicar  al resto.

Para ③ y ④ que con ②

hacemos lo mismo