Práctico 4

Teoría de Lenguajes

Los objetivos de este práctico son que el/la estudiante:

- domine las **propiedades** de los lenguajes regulares;
- pueda distinguir si un lenguaje es o no regular;
- pueda utilizar el **Pumping Lemma** para probar que un lenguaje no es regular.

Ejercicios fundamentales

Ejercicio 1

Asumiendo un alfabeto Σ fijo en cada caso ¿son verdaderas las siguientes afirmaciones? Justifique.

1. Todo subconjunto de un lenguaje regular es regular.
2. Todo lenguaje regular tiene un subconjunto regular propio[1].
3. Si C es cualquier **conjunto** de lenguajes regulares $\Longrightarrow \bigcup_{\infty} C$ es regular.
4. Si L_3 es regular, L_1 finito y $L_3 = L_1 \cup L_2 \Longrightarrow L_2$ es regular.
5. Si L_1 y L_2 son lenguajes no regulares sobre un mismo alfabeto $\Longrightarrow L_1 \cup L_2$ puede o no ser regular.
6. Si L_1 y L_2 son regulares $\Longrightarrow L_1 \Theta L_2 = \{x : (x \in L_1 \wedge x \notin L_2) \vee (x \in L_2 \wedge x \notin L_1)\}$ es regular[2].
7. Si L_1 y L_2 son regulares $\Longrightarrow nor(L_1, L_2) = \{x : x \in \Sigma^* \wedge x \notin L_1 \wedge x \notin L_2\}$ es regular.

Ejercicio 2

Recuerde del teórico que un lenguaje es regular si y solamente si existe una expresión regular que lo genera[3]. Justificando sus respuestas, indique si cada uno de los siguientes lenguajes definidos sobre $\Sigma = \{0, 1\}$ es o no regular.

1. $L_1 = \{x : x = 0^{2n} \wedge n \geq 1\}$
2. El conjunto de todas las tiras que no tienen tres 0 consecutivos.
3. El conjunto de todas las tiras con igual cantidad de 0 que de 1.
4. Sea k un natural positivo. $L_k = \{x : x = 0^k 1 0^n \wedge n \mod k = 0 \ , n \geq 0\}$. **Nota:** k está fijo.
5. $L_5 = \{x : x = 0^m 1^n 0^{m+n} \wedge n \geq 1 \wedge m \geq 1\}$
6. $L_6 = \{x : x \in (0|1)^* \wedge x = x^r\}$
7. $L_7 = \{xwx^r : x \in (0|1)(0|1)^* \wedge w \in (0|1)(0|1)^*\}$

---

[1] Es decir, que el subconjunto no es igual al lenguaje.
[2] Esta operación se llama **diferencia simétrica**.
[3] O, análogamente, un lenguaje es regular si existe un autómata finito que lo reconoce.

Ejercicios complementarios

Ejercicio 3

Considerando un alfabeto Σ cualquiera ¿Son verdaderas las siguientes afirmaciones? Justifique.

1. Si $L \subseteq \Sigma^*$ es un lenguaje regular $\Longrightarrow pref(L) = \{x : xy \in L \wedge x \in \Sigma^* \wedge y \in \Sigma^*\}$ es regular.
2. Si L_1 y L_2 son lenguajes regulares $\Longrightarrow pref(L_1 \cup L_2) = pref(L_1) \cup pref(L_2)$.
3. Si L_1 y L_2 son lenguajes regulares $\Longrightarrow pref(L_1.L_2) = pref(L_1).pref(L_2)$.
4. Si $L \subseteq \Sigma^*$ es un lenguaje regular $\Longrightarrow suf(L) = \{y : xy \in L \wedge x \in \Sigma^* \wedge y \in \Sigma^*\}$ es regular.
5. Si $L \subseteq \Sigma^*$ es un lenguaje regular $\Longrightarrow min(L) = \{x : x \in L \wedge$ ningún prefijo propio de x pertenece a $L\}$ es regular.

Ejercicio 4

Indique si cada uno de los siguientes lenguajes es o no regular. Justifique sus respuestas.

1. $L_1 = \{a_1a_3a_5...a_{2n-1} : a_1a_2a_3...a_{2n} \in L \wedge a_i \in \Sigma \wedge n \geq 1\}$ siendo L un lenguaje regular.
2. $L_2 = \{x : x^r \in L\}$ siendo L un lenguaje regular.
3. $L_3 = \{x : x.x^r \in L\}$ siendo L un lenguaje regular.
4. $L_4 = \{x : x = 0^n \wedge n$ es primo$\}$

Ejercicio 5

Considere un autómata finito M con n estados ¿Es verdadera la siguiente afirmación?

M reconoce alguna tira de largo p tal que $2n > p \geq n \Longleftrightarrow L(M)$ es un lenguaje *infinito*