Práctico 3

Teoría de Lenguajes

Los objetivos de este práctico son que el/la estudiante

- utilice un método formal para hallar el **autómata finito** que acepta el lenguaje generado por una **expresión regular**;
- utilice y analice los diferentes métodos formales para hallar la **expresión regular** que genere el lenguaje aceptado por un **autómata finito**;
- utilice el algoritmo de minimización para **autómatas finitos deterministas**;
- comprenda cómo hallar las clases de equivalencias definidas por las relaciones R_L y R_M.

Ejercicios fundamentales

Ejercicio 1

Considere las siguientes **expresiones regulares** r_i. Utilizando los algoritmos de pasaje vistos en el teórico, construya un $AFND - \epsilon$ M_i tal que $L(M_i) = L(r_i)$.

1. $r_1 = ab^*c$
2. $r_2 = (a|b)^*(aa|bb)$
3. $r_3 = a^*b(c^*a)^*$

Ejercicio 2

Sea el **autómata finito** $M = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \delta, q_0, F = \{q_1\})$ donde δ está dada por:

δ	**a**	**b**
q_0	q_1	q_0
q_1	q_1	q_1

Parte A

Halle, mediante su intuición, una expresión regular r tal que $L(r) = L(M)$.

Parte B

Ahora halle, utilizando el método R_{ij}^k visto en el teórico, una expresión regular s tal que $L(s) = L(M)$.
¿Es similar a la hallada previamente?

Ejercicio 3

Utilizando el **teorema de análisis de Kleene**[1] hallar r_i tales que $L(r_i) = L(M_i)$ para los siguientes autómatas:

1. $M1 = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_1\})$ donde δ está dada por:

δ	**a**	**b**
q_0	q_1	q_1
q_1	q_1	q_1

2. $M2 = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_2\})$ donde δ está dada por:

δ	**a**	**b**
q_0	q_1	q_2
q_1	q_1	q_2
q_2	$-$	q_1

3. $M3 = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_0, q_3\})$ donde δ está dada por:

δ	**a**	**b**
q_0	q_1	q_2
q_1	q_1	q_3
q_2	q_3	q_2
q_3	q_3	q_0

4. $M4 = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b, c\}, \delta, q_0, \{q_0, q_3\})$ donde δ está dada por:

δ	**a**	**b**	**c**
q_0	q_0	q_1	q_2
q_1	q_1	q_1	q_3
q_2	q_3	q_3	q_2
q_3	q_3	q_3	q_3

[1] Le recomendamos que previamente lea el documento disponible en el EVA que contiene su enunciado.

Ejercicio 4

Para cada uno de los siguientes **autómatas finitos no deterministas** M_i

- halle un **autómata finito determinista** equivalente utilizando los algoritmos vistos en el curso,
- **minimícelo** utilizando el algoritmo visto en el curso[2],
- exprese las clases de equivalencia para R_M mediante expresiones regulares siguiendo un método formal[3],
- exprese las clases de equivalencia para R_L mediante expresiones regulares,
- y dé una **expresión regular** r_i tal que $L(r_i) = L(M_i)$ explicando su razonamiento.

1. $M1 = (\{p, q, r, s\}, \{0, 1\}, \delta, p, \{s\})$ donde δ está dada por:

δ	**0**	**1**
p	$\{p, q\}$	$\{p\}$
q	$\{r\}$	$\{r\}$
r	$\{s\}$	$\{\}$
s	$\{s\}$	$\{s\}$

2. $M2 = (\{p, q, r, s\}, \{0, 1\}, \delta, p, \{s\})$ donde δ está dada por:

δ	**0**	**1**
p	$\{p, r\}$	$\{s\}$
q	$\{q, r\}$	$\{s\}$
r	$\{s\}$	$\{p\}$
s	$\{s\}$	$\{q\}$

3. $M3 = (\{p, q, r, s\}, \{0, 1\}, \delta, p, \{s, t\})$ donde δ está dada por:

δ	**0**	**1**
p	$\{p, q\}$	$\{t\}$
q	$\{t\}$	$\{s\}$
r	$\{r, q\}$	$\{s\}$
s	$\{p\}$	$\{q\}$
t	$\{p\}$	$\{q\}$

[2]Le recomendamos que previamente lea el documento en EVA que ejemplifica su uso.

[3]Al igual que para la parte anterior le recomendamos que lea el correspondiente documento en el EVA.

4. $M4 = (\{p, q, r, s\}, \{0, 1\}, \delta, p, \{s\})$ donde δ está dada por:

δ	**0**	**1**	ϵ
p	$\{q\}$	$\{r\}$	$\{\}$
q	$\{p\}$	$\{\}$	$\{s\}$
r	$\{s\}$	$\{\}$	$\{p\}$
s	$\{\}$	$\{s\}$	$\{\}$

Ejercicios complementarios

Ejercicio 5

Sea el siguiente **autómata finito** $M5 = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_1\})$ donde δ está dada por:

δ	**0**	**1**	ϵ
q_0	$\{q_3\}$	$\{q_5\}$	$\{q_1\}$
q_1	$\{q_2\}$	$\{q_5\}$	$\{\}$
q_2	$\{q_4\}$	$\{q_2\}$	$\{\}$
q_3	$\{\}$	$\{q_5\}$	$\{q_2\}$
q_4	$\{q_6\}$	$\{q_0\}$	$\{\}$
q_5	$\{q_6\}$	$\{q_5\}$	$\{q_6\}$
q_6	$\{q_6\}$	$\{q_6\}$	$\{q_5\}$

- halle un **autómata finito determinista mínimo** equivalente,
- obtenga las clases R_L y R_M para el lenguaje $L(M_5)$ a partir del autómata hallado
- y dé una **expresión regular** r_5 tal que $L(r_5) = L(M_5)$ explicando su razonamiento.

Ejercicio 6

Para cada uno de los siguientes lenguajes definidos sobre $\Sigma = \{0, 1\}$ construya un **autómata finito determinista** que lo reconozca y, a partir de él, una **expresión regular** utilizando un método de su elección[4]:

1. El conjunto de todas las tiras que tengan un par de 0 consecutivos como máximo **y** un par de 1 consecutivos como máximo. Por ejemplo, 11001100 y 10110100 son tiras válidas, mientras que 011000 es inválida.
2. El conjunto de todas las tiras x que cumplen $|x|_0 = |x|_1$ y que no tiene un prefijo propio[5] que tenga dos 0 más que 1 ni dos 1 más que 0.

[4] R^k_{ij}, Análisis de Kleene o utilizando las expresiones de las clases de equivalencia de R_M.

[5] Decimos que w es un *prefijo propio* de la tira x si, además de ser un prefijo de ella, se cumple que $w \neq x$.