

---

## Física 2 – Segundo parcial

### 9 de julio de 2022

---

*Justifique y explique claramente las hipótesis y aproximaciones que utilice. Indique las unidades de las magnitudes en los resultados intermedios y finales. Identifique y revise su trabajo antes de entregar. El parcial dura 3 horas.*

---

- Presión atmosférica:  $P_{atm} = 101325 \text{ Pa}$
  - Constante de los gases ideales:  $R = 8,31 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$
  - Calor específico del agua líquida:  $C_a = 4,18 \text{ kJ kg}^{-1}\text{K}^{-1}$
  - Calor específico del vapor:  $C_{vapor} = 2 \text{ kJ kg}^{-1}\text{K}^{-1}$
  - Calor latente de vaporización:  $L_v = 2260 \text{ kJ kg}^{-1}$
- 

### Ejercicio 1 (16 puntos)

Considere un disco sólido uniforme de determinado material de calor específico  $C_{material} = 880 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$  que se encuentra a una temperatura  $T_d = 523 \text{ K}$ , tiene un radio  $R = 15 \text{ cm}$  y un espesor  $h = 5 \text{ cm}$  con una densidad  $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$ . A este se lo junta con  $m_a = 5 \text{ kg}$  de agua a  $T_a = 15^\circ\text{C}$  dentro de un recipiente perfectamente adiabático.

- a) ¿Cuál será la temperatura final del sistema luego de llegar al equilibrio?
- b) Sabiendo que la densidad del disco al haber alcanzado el equilibrio térmico es  $\rho = 2732 \text{ kg/m}^3$ , determine el valor del coeficiente de expansión  $\alpha$  del material.

## Ejercicio 2 (24 puntos)

Cierta cantidad de un gas ideal diatómico se encuentra dentro de un cilindro con un pistón que puede moverse sin fricción. Tanto el pistón como las paredes del cilindro son adiabáticos, excepto por la base del cilindro que es diatérmica. El gas sigue un ciclo termodinámico que consta de cuatro etapas que se describen a continuación.

### ■ Etapa 1 $\rightarrow$ 2

Inicialmente (estado 1) el gas se encuentra en equilibrio termodinámico ocupando un volumen de un litro  $V_1 = 1\text{ l}$  y el pistón se encuentra fijo por medio de unos topes. La base del cilindro se pone en contacto térmico con una reserva térmica que se encuentra a una temperatura  $T_R$ . Se permite que el gas y la reserva intercambien calor. Durante el proceso la presión del gas aumenta hasta que se alcanza el estado 2, a una presión  $P_2 = 500\text{ kPa}$ .

### ■ Etapa 2 $\rightarrow$ 3

Al llegar al estado 2, se sacan los topes que fijaban el pistón y se observa que el gas se encuentra en equilibrio mecánico con el exterior. Manteniendo el contacto térmico con la reserva a  $T_R$ , se permite que el pistón se mueva libremente hasta alcanzar el estado 3. Durante el proceso 2-3 la reserva térmica le entrega al gas una cantidad  $Q_{23} = 645\text{ J}$  de energía en forma de calor.

### ■ Etapa 3 $\rightarrow$ 4

Al llegar al estado 3, se vuelve a fijar el pistón y se pone la base del cilindro en contacto con una nueva reserva térmica que se encuentra a la temperatura  $T_1$  del estado 1. Se permite que el gas intercambie calor con esta reserva hasta alcanzar el equilibrio térmico con ella. El equilibrio térmico se alcanza cuando el gas llega a una presión  $P_4 = 290\text{ kPa}$ .

### ■ Etapa 4 $\rightarrow$ 1

Al llegar al estado 4, se retiran los topes y se lleva al gas a su estado inicial, manteniendo el equilibrio térmico con la reserva a temperatura  $T_1$ .

Todos los procesos descritos se consideran cuasiestáticos.

- Grafique el ciclo en un diagrama P-V y determine la presión y el volumen para los estados 1, 2, 3 y 4.
- Calcule el trabajo neto hecho sobre el gas durante el ciclo, el calor intercambiado con la reserva a  $T_R$  y el calor intercambiado con la reserva a  $T_1$ .
- Este ciclo, ¿describe una máquina térmica o un refrigerador? Calcule la eficiencia en caso de ser una máquina térmica o el coeficiente de rendimiento en caso de ser un refrigerador.
  - Asumiendo que la temperatura  $T_R$  de la reserva es la mínima posible para que los intercambios de calor descritos puedan realizarse, determine la eficiencia o coeficiente de rendimiento máxima/o que se puede tener operando entre estas mismas reservas.
  - ¿El ciclo descrito es reversible? Justifique sus respuestas.

### Ejercicio 3 (20 puntos)

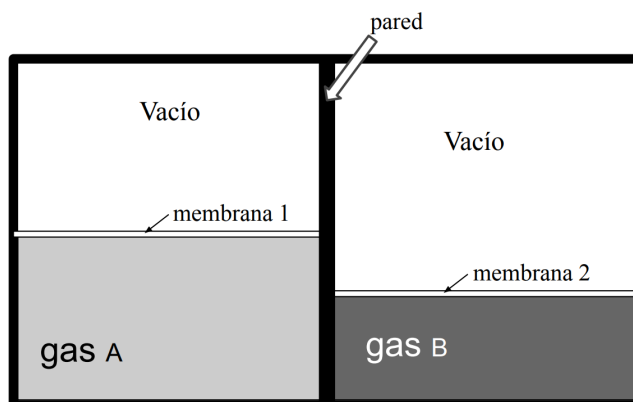


Figura 1

Un tanque rígido aislado de volumen total  $V$  se divide en dos partes iguales por medio de una pared adiabática fija. La mitad de una de las partes contiene  $n_A$  moles de un gas ideal diatómico ( $\text{gas}_A$ ) a cierta temperatura  $T_A$ , mientras que un tercio de la otra de las partes contiene  $n_B = 2n_A$  moles de un gas ideal monoatómico ( $\text{gas}_B$ ) a cierta temperatura  $T_B = T_A/2$ . En el resto del tanque se ha hecho vacío como se muestra en la Figura 1. Inicialmente las membranas 1 y 2 mantienen los gases retenidos.

- **Proceso 1:** Las membranas 1 y 2 se rompen; el  $\text{gas}_A$  pasa a ocupar el doble de volumen que ocupaba originalmente, el  $\text{gas}_B$  pasa a ocupar el triple de volumen que ocupaba originalmente.
- **Proceso 2:** Un tiempo después de ocurrido el **Proceso 1** la pared adiabática fija que divide en dos el tanque se sustituye por una pared diatérmica fija, los gases A y B alcanzan el equilibrio térmico. Asuma que este proceso se realiza cuasiestáticamente.

En términos de  $n_A$ ,  $R$ ,  $T_A$  y  $V$ :

- a) i) Exprese los valores de presión, temperatura y volumen de los gases A y B luego del **Proceso 1**.  
ii) Determine la variación de entropía del universo para el **Proceso 1**.
- b) i) Exprese la temperatura final  $T_f$  alcanzada por los gases luego del **Proceso 2**.  
ii) Determine la variación de entropía del universo para el **Proceso 2**.

## Solución Ejercicio 1 (16 puntos)

a) (10 puntos)

Calculamos la masa del disco utilizando su densidad, radio y espesor:

$$m_d = \rho V = \rho \pi R^2 h = 9,54 \text{ kg.}$$

Debido a que el recipiente es adiabático, el intercambio de calor se da únicamente entre el disco y el agua. Entonces sabemos que el calor perdido por el disco será el recibido por el agua.

$$Q_d = -Q_a. \quad (1)$$

Al final del proceso el disco y el agua alcanzan el equilibrio térmico, ambos llegan a una temperatura final  $T_f$ .

El calor que el disco pierde se puede escribir de la siguiente forma:

$$Q_d = C_{material} m_d (T_f - T_d)$$

Donde  $m_d$  es la masa del disco calculada, y  $T_f$  es la temperatura que se quiere calcular.  $C_{material}$  y  $T_d$  son datos de la letra.

Por otra parte el calor recibido por el agua se puede escribir de la siguiente manera:

$$Q_a = C_a m_a (T_f - T_a) + L_v m'_a$$

Donde el primer término corresponde a un intercambio de calor en el cual la temperatura del agua varía desde  $T_a$  (dato de la letra) hasta  $T_f$ , y el agua se mantiene en estado líquido. El segundo término corresponde a que una parte de la masa de agua  $m'_a \leq m_a$  es evaporada, hay un cambio de fase y la temperatura se mantiene constante,  $L_v$  es el calor latente del agua en la vaporización.

Sustituyendo  $Q_d$  y  $Q_a$  en la ecuación 1 se obtiene la ecuación 2.

$$-C_a m_a (T_f - T_a) - L_v m'_a = C_{material} m_d (T_f - T_d) \quad (2)$$

Debemos averiguar en cual de los siguientes casos nos encontramos;

- 1) parte del agua se evapora,  $T_f = 100^\circ\text{C}$
- 2) toda el agua se evapora,  $T_f > 100^\circ\text{C}$
- 3) nada de esta se evapora,  $T_f < 100^\circ\text{C}$

Para esto asumiremos el caso 1)  $T_f = 100^\circ\text{C}$  y calcularemos  $m'_a$  despejando de la ecuación 2.

Se obtiene:  $m'_a = -0,23$  kg, lo cual nos dice que la asunción fue incorrecta ya que con esta se llega a obtener una masa negativa.

También podemos asumir el caso 2)  $m'_a = m_a$ , en este caso toda la masa de agua se convierte en vapor, la temperatura sigue aumentando y hay que agregar otro término en la ecuación 2 que corresponde al aumento de temperatura de la masa de vapor luego de culminado el cambio de fase. Entonces en el caso 2) debemos usar la ecuación 3:

$$-C_a m_a (T_f - T_a) - L_v m_a - C_{vapor} m_a (T_f - T_{vapor}) = C_{material} m_d (T_f - T_d) \quad (3)$$

Donde  $T_{vapor}$  es la temperatura inicial de la masa de vapor, justo después del cambio de fase, es decir:  $T_{vapor} = 100^\circ\text{C}$ ,  $C_{vapor}$  es el calor específico del vapor.

Utilizando la ecuación 3 y despejando  $T_f$  se obtiene  $T_f = 72\text{K} = -201^\circ\text{C}$ . Por lo tanto el caso 2) es incorrecto ya que nos dice que la temperatura final del sistema es menor que la temperatura inicial del agua  $T_a$ , esto es imposible porque el agua se puso en contacto con un objeto a temperatura mayor, su temperatura no puede haber disminuído.

Entonces, descartando las otras posibilidades sabemos que nos encontramos en el caso 3), la temperatura final debe estar por debajo de  $100^\circ\text{C}$ . Como el agua nunca alcanza la temperatura de vaporización sabemos que:  $m'_a = 0$  kg y que el término agregado en la ecuación 3 ya no es necesario.

Sustituyendo  $m'_a = 0$  kg en 2 se obtiene  $T_f = 355\text{K} = 82^\circ\text{C}$ .

- b) **(6 puntos)** El coeficiente de dilatación térmica de un material relaciona la variación de volumen con la variación de temperatura mediante la ecuación 4.

$$\alpha = \frac{\Delta V}{3V_i \Delta T} \quad (4)$$

Podemos calcular el volumen final del disco  $V_f$  utilizando la densidad dada en la letra, ya que la masa del mismo no varía. También calculamos el volumen inicial  $V_i$ .

$$\rho_f = 2732 \text{ kg/m}^3 = m_{disco}/V_f \Rightarrow V_f = \frac{9,54\text{kg}}{2732\text{kg/m}^3} = 3,49 \times 10^{-3}\text{m}^3$$

$$\rho_i = 2700 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow V_i = 3,53 \times 10^{-3}\text{m}^3$$

Las variaciones de volumen y temperatura para el disco nos quedan:

$$\Delta V = -0,04 \times 10^{-3}\text{m}^3$$

$$\Delta T = 355\text{K} - 523\text{K} = -168\text{K}$$

Utilizando la ecuación 4 se obtiene  $\alpha = 2,4 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  que corresponde al material aluminio.

## Solución Ejercicio 2 (24 puntos)

Tenemos que  $V_1 = 1,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ ,  $P_2 = 500 \text{ kPa}$ ,  $P_4 = 290 \text{ kPa}$  y el calor entregado al gas en la etapa  $2 \rightarrow 3$  es  $Q_{23} = 645 \text{ J}$ .

a) (8 puntos)

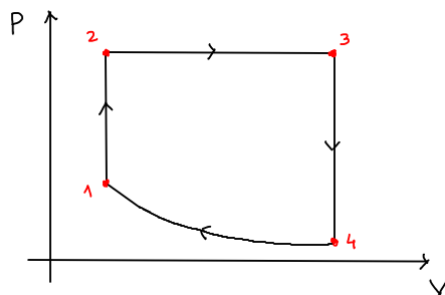


Figura 2: Diagrama P-V del ciclo

Etapa 1  $\rightarrow$  2: Tenemos proceso Isócoro con  $V_2 = V_1$  y  $P_2 = 500 \text{ kPa}$ .

Etapa 2  $\rightarrow$  3: Proceso Isóbaro  $P_2 = P_3$ , en esta etapa tenemos que  $Q_{23} = 645 \text{ J}$ . Como es un proceso a presión constante tenemos que  $Q_{23} = nC_p(T_3 - T_2)$  con  $C_p = \frac{7}{2}R$ .

$$Q_{23} = n\frac{7}{2}R(T_3 - T_2) \rightarrow \frac{2}{7}Q_{23} = nR(T_3 - T_2). \quad (5)$$

El trabajo  $W_{23} = -P_2(V_3 - V_2)$  lo podemos escribir por medio de la ecuación del gas ideal de la siguiente forma

$$W_{23} = -P_2(V_3 - V_2) = -nR(T_3 - T_2) \quad (6)$$

sustituyendo  $nR(T_3 - T_2)$  de la ecuación (5) en la ecuación (6) tenemos que

$$-P_2(V_3 - V_2) = -\frac{2}{7}Q_{23} \rightarrow V_3 = V_2 + \frac{2Q_{23}}{7P_2} = 1,37 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \quad (7)$$

Etapa 3  $\rightarrow$  4: Proceso Isócoro  $V_4 = V_3$  con  $P_4 = 290 \text{ kPa}$ .

Etapa 4  $\rightarrow$  1: Proceso Isotérmico.

$$P_4V_4 = P_1V_1 \rightarrow P_1 = \frac{P_4V_4}{V_1} = 397 \text{ kPa} \quad (8)$$

b) (8 puntos) Las etapas 1  $\rightarrow$  2 y 3  $\rightarrow$  4 están asociadas a procesos isócoros donde el trabajo realizado sobre el gas es cero. Solo vamos a tener contribución de trabajo sobre el gas en las etapas 2  $\rightarrow$  3 y 4  $\rightarrow$  1.

$$W_{neto} = W_{23} + W_{41} = -P_2(V_3 - V_2) - nRT_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_4}\right) \quad (9)$$

al tener un gas ideal y como la etapa 4  $\rightarrow$  1 es isotérmica, tenemos que  $P_4V_4 = nRT_1$  con esto el trabajo neto lo podemos escribir de la siguiente forma

$$W_{neto} = -P_2(V_3 - V_2) - P_4V_4 \ln\left(\frac{V_1}{V_4}\right) = -55 \text{ J} \quad (10)$$

En un ciclo termodinámico tenemos que  $\Delta U_{ciclo} = W_{neto} + Q_{neto} = 0$  donde llegamos a que  $Q_{neto} = 55 J$ . El  $Q_{neto}$  lo podemos plantear como la suma del calores suministrados por la reserva a temperatura  $T_R$  y la reserva a temperatura  $T_1$ .

$$Q_{neto} = Q_R + Q_1 \quad (11)$$

El calor  $Q_R = Q_{12} + Q_{23}$  con

$$Q_{12} = nC_v(T_2 - T_1) = n\frac{5}{2}R(T_3 - T_2) \rightarrow Q_{12} = \frac{5}{2}(P_2V_2 - P_1V_1) \quad (12)$$

donde  $Q_R = \frac{5}{2}(P_2V_2 - P_1V_1) + 645 J = 903 J$ , podemos determinar  $Q_1 = Q_{neto} - Q_R = -848 J$ .

- c) **(8 puntos)** i) **(2 puntos)** El ciclo termodinámico en el que está sometido el gas es horario y con entrega de trabajo por parte del mismo, de forma tal que se describe una maquina térmica. Para esta máquina térmica la eficiencia es la siguiente

$$\epsilon = \frac{|W_{neto}|}{|Q_R|} = \frac{55 J}{903 J} = 0,061 \quad (13)$$

la máquina térmica presenta una eficiencia de un 6,1 %.

- ii) **(4 puntos)** La eficiencia máxima esta dada por la siguiente ecuación

$$\epsilon_{max} = 1 - \frac{T_1}{T_R} \quad (14)$$

Como  $T_R$  es la mínima posible para que ocurra el ciclo debemos pedir que  $T_R = T_3$ . Para determinar  $T_3$  podemos ir a la etapa  $3 \rightarrow 4$

$$\frac{P_3}{T_3} = \frac{P_4}{T_1} \rightarrow T_3 = \frac{P_3}{P_4}T_1 \quad (15)$$

sustituyendo en la ecuación (12) tenemos que la eficiencia máxima es

$$\epsilon_{max} = 1 - \frac{P_4T_1}{P_3T_1} = 1 - \frac{P_4}{P_3} = 0,42 \quad (16)$$

la eficiencia máxima que podemos obtener es de un 42 %.

- iii) **(2 puntos)** El ciclo es irreversible ya que la eficiencia obtenida de la máquina térmica en la parte (i) es menor que la eficiencia máxima que corresponde a la de una máquina de Carnot.

### Solución Ejercicio 3 (20 puntos)

- a) (5 puntos) Para el gas A:  $Q_A = 0$ ,  $W_A = 0$ .

Aplicando la primera ley al gas A (proceso que lleva al gas A de su estado inicial al estado A1):

$$\Delta U_{A,01} = n_A c_{VA} (T_{A1} - T_A) = 0.$$

Por lo tanto  $T_{A1} = T_A$ . Además,  $V_{A1} = V/2$  y  $P_{A1} = 2n_A R T_A / V$ .

De forma análoga, se obtiene para el gas B:  $T_{B1} = T_B = T_A/2$ ,  $V_{B1} = V/2$  y  $P_{B1} = 2n_B R T_B / V = 2n_B R T_A / V$ .

- b) (5 puntos) La variación de entropía del universo para el proceso 1 es:

$$\begin{aligned} \Delta S_{univ,01} &= \Delta S_{A,01} + \Delta S_{B,01} = n_A R \ln(V_{A1}/V_{A0}) + n_B R \ln(V_{B1}/V_{B0}) = \\ &= n_A R (\ln(2) + 2\ln(3)) = n_A R \ln(18). \end{aligned}$$

- c) (5 puntos) El proceso 2 se culmina cuando el gas A y el gas B llegan al equilibrio térmico. Los procesos que siguen los gases A y B en esta etapa son procesos cuasiestáticos isócoros, por lo que los trabajos de frontera son nulos:

$$W_{A2} = W_{B2} = 0.$$

Aplicando la primera ley al gas A (proceso que lleva al gas A del estado A1 al estado A2):

$$\Delta U_{A,12} = n_A c_{VA} (T_f - T_{A1}) = Q_{A,12} + W_{A,12} = Q_{A,12}.$$

Aplicando la primera ley al gas B (proceso que lleva al gas B del estado B1 al estado B2):

$$\Delta U_{B,12} = n_B c_{VB} (T_f - T_{B1}) = Q_{B,12} + W_{B,12} = Q_{B,12}.$$

El tanque rígido se encuentra térmicamente aislado, por lo tanto:

$$Q_{tot,12} = Q_{A,12} + Q_{B,12} = 0.$$

Despejando la temperatura de equilibrio:

$$T_f = \frac{n_A c_{VA} T_A + n_B c_{VB} T_B}{n_A c_{VA} + n_B c_{VB}} = \frac{5n_A T_A + 3n_B T_B}{5n_A + 3n_B} = \frac{8}{11} T_A.$$

- d) (5 puntos) El cambio de entropía del universo para el proceso 2 es:

$$\begin{aligned} \Delta S_{univ,12} &= \Delta S_{A,12} + \Delta S_{B,12} = n_A c_{VA} \ln \frac{T_f}{T_{A1}} + n_B c_{VB} \ln \frac{T_f}{T_{B1}} = \\ &= n_A R \left( \frac{5}{2} \ln \frac{8}{11} + 3 \ln \frac{16}{11} \right). \end{aligned}$$