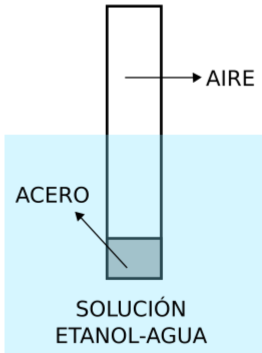
Fisica 2 –Primer parcial
12 de Mayo de 2021

Justifique y explique claramente su trabajo. *Indique las unidades de las magnitudes en los resultados intermedios y finales. Identifique y revise su trabajo antes de entregar. La prueba dura 3 horas, y tiene asignado un total de 40 puntos.*

Para los siguientes ejercicios pueden ser útiles los siguientes datos:
$\rho_{etanol} = 789\, kg/m^3$; $\rho_{acero} = 7850\, kg/m^3$; $\rho_{agua} = 1000\, kg/m^3$; $\rho_{mercurio} = 13534\, kg/m^3$;
$g = 9{,}8\, m/s^2$; $v_{sonido} = 343\, m/s$; $P_o = 101,325\, kPa$;

Ejercicio 1 (10 puntos)

Un densímetro alcoholimétrico de Gay-Lussac se utiliza para medir el porcentaje de volumen de etanol ($\% Vol$) sobre el volumen total de una solución compuesta por etanol y agua. El densímetro es un cilindro de $10,0\, cm$ de altura compuesto por una base de acero de $1,0\, cm$ altura y por un tubo de vidrio cerrado conteniendo aire de $9,0\, cm$, como muestra la figura. Dicha configuración le permite flotar verticalmente cuando se sumerge en un fluido y el $\% Vol$ de etanol es medido observando el nivel de hundimiento del densímetro. Desprecie el peso del aire y del vidrio.



a) Si colocamos el densímetro en agua ($0\, \% Vol$ de etanol), ¿Cuánto estará sumergida la base del densímetro? ¿y si lo colocamos en etanol ($100\, \% Vol$ de etanol)?

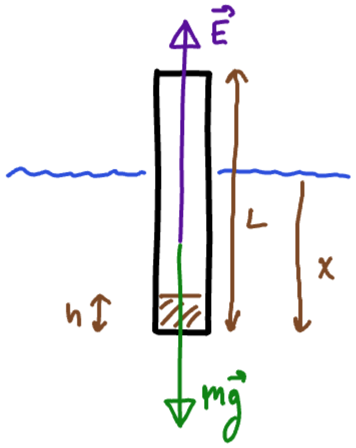
Ahora colocamos el densímetro en un vino y vemos que la base de este está sumergida $8,1\, cm$. Suponga una dependencia lineal de la densidad del vino con el $\%$ de volumen de etanol.

b) ¿Cuál es el porcentaje de volumen de etanol del vino?

c) Calcule la densidad del vino.

d) Ahora se hunde al densímetro $1\, cm$ y se suelta, ¿a qué frecuencia ω oscila el densímetro? ¿Cómo se compara con la frecuencia de oscilación si estuviera sumergido en agua?

SOLUCIÓN EJ 1:



a) Planteamos equilibrio entre el peso y el empuje entonces:

$$\vec{E} + m\vec{g} = 0 \implies \rho_{fl} x^{eq} S g = mg,$$

siendo S la sección del densímetro, $m = \rho_{acero} h S$ la masa del densímetro, ρ_{fl} la densidad del fluido en que está sumergido y x^{eq} la distancia que está hundido el densímetro en el equilibrio. Esto implica que la posición de equilibrio al estar sumergido en agua es:

$$x^{eq} = h\frac{\rho_{acero}}{\rho_{agua}} \sim 7,85\, cm,$$

y al estar sumergido en etanol es:

$$x^{eq} = h\frac{\rho_{acero}}{\rho_{etanol}} \sim 9,95\, cm.$$

b) y c) En el caso de la mezcla es:

$$x^{eq} = h\frac{\rho_{acero}}{\rho_{vino}} \implies \rho_{vino} = h\frac{\rho_{acero}}{x^{eq}} \sim 969\, \frac{kg}{m^3}.$$

Por otra parte al depender linealmente la densidad del vino con el % de volumen de etanol, es:

$$\rho_{vino} = \rho_{agua} + \frac{\%V_{etanol}}{100}(\rho_{etanol} - \rho_{agua}) \implies \%V_{etanol} = \frac{\rho_{agua} - \rho_{vino}}{\rho_{agua} - \rho_{etanol}} 100 \sim 14,7\,\%.$$

b) Podemos, en lugar de plantear el equilibrio, plantear la segunda ley de Newton para el densimetro sumergido una profundidad arbitraria x. En este caso tenemos que:

$$m\ddot{x} = mg - \rho_{fl} x S g.$$

Si hacemos el cambio de variable $y \equiv x - x^{eq}$ siendo $x^{eq} = \frac{m}{\rho_{fl} S}$, la ecuación anterior se transforma en:

$$m\ddot{y} = m\ddot{x} = mg - mg + \rho_{fl} y S g = \rho_{fl} y S g,$$

por lo que finalmente llegamos a que:

$$\ddot{y} = -\omega_{fl}^2 y$$

donde

$$\omega_{fl} = \sqrt{\frac{\rho_{fl} g}{\rho_{acero} h}}.$$

Para el vino es:

$$\omega_{vino} \sim 11\, \frac{rad}{s} < 11,17\, \frac{rad}{s} \sim \omega_{agua}$$

Ejercicio 2 (10 puntos)

Se tiene agua en un tanque de volumen $V = 100\,l$ y sección transversal uniforme $S = 50,0\,cm^2$, que está abierta a la atmosfera como se muestra en la figura. En la parte inferior sale un tubo inclinado, que desciende $1,0\,m$, y se conecta con un tubo de salida horizontal, que inicialmente está cerrado por un tapón. Un lado de un manómetro de mercurio se conecta en la mitad del tubo inclinado y la otra a la salida, como se ve en la figura. El nivel en el tanque se mantiene siempre al mismo nivel mediante un sistema no especificado y el tubo inclinado tiene una sección $S_1 = 2,0\,cm^2$ y el tramo horizontal tiene una sección $S_2 = 1,0\,cm^2$, como indica la figura. Determine:

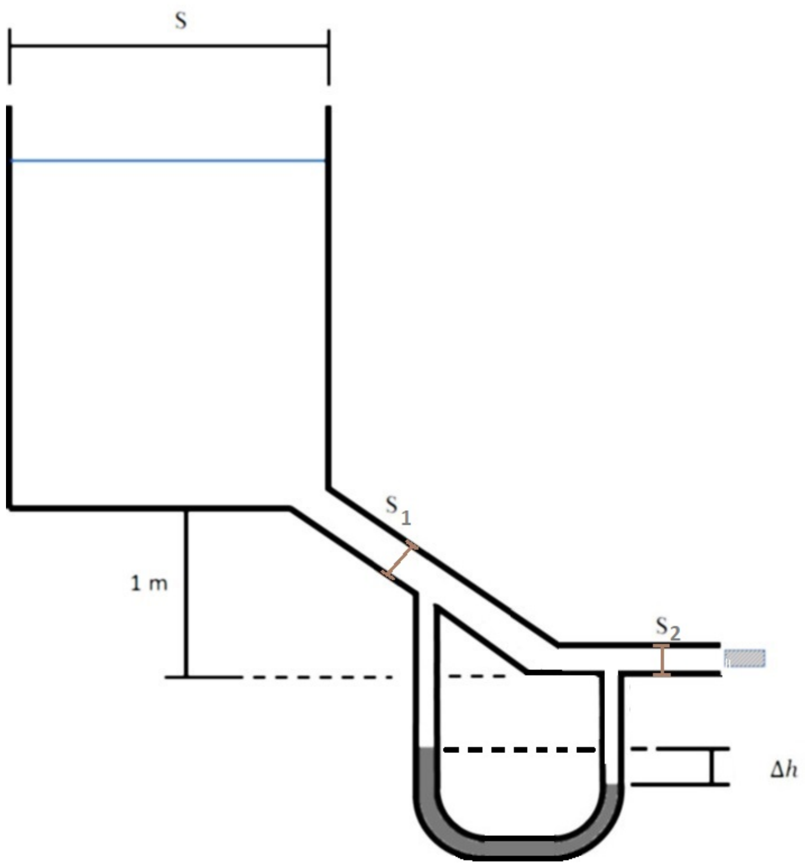
a) La fuerza de fricción ejercida sobre el tapón.

b) La diferencia de nivel del mercurio en el manómetro.

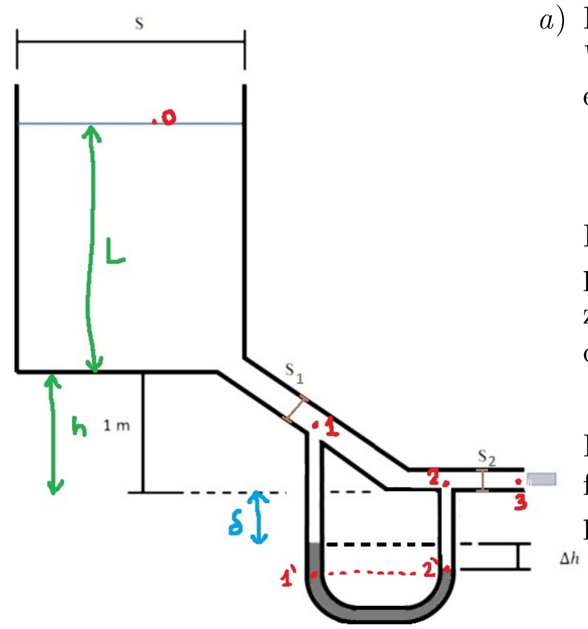
Se destapa el tapón y comienza a fluir el agua.

c) Determine la velocidad de salida del agua.

d) ¿La diferencia de alturas en el manómetro de mercurio es igual, menor o mayor que en el caso anterior? Argumente brevemente y calcule dicha diferencia.



SOLUCIÓN EJ 2:



a) El tanque está lleno de agua hasta una altura $L = V/S$. Planteando la ecuación de hidrostática entre el punto 0 y el punto 3 obtenemos que

$$P_3 = P_0 + \rho g(L + h).$$

Desde el lado de fuera se ejerce sobre el tapón una presión P_0 y por tanto, sobre el tapón hay una fuerza hacia afuera debido a la diferencia de presiones de módulo

$$F_3 = (P_3 - P_0)S_2.$$

Esta fuerza debe ser contrarrestada por la fuerza de fricción F_{fric} sobre el tapón con el mismo módulo para que el tapón esté en equilibrio. Entonces será

$$F_{fric} = \rho g(\frac{V}{S} + h)S_2 \sim 20,6\,N.$$

b) Planteando ahora la ecuación de equilibrio hidrostático entre los puntos 1 y 2 es:

$$P_1 + \rho g\frac{h}{2} = P_2,$$

entre los puntos 1 y $1'$ es:

$$P_1 + \rho g(\frac{h}{2} + \delta) + \rho_{Hg} g\Delta h = P_1' \qquad (1)$$

y entre los puntos 2 y $2'$ es:

$$P_2 + \rho g(\delta + \Delta h) = P_2'. \qquad (2)$$

Ahora bien, la presión a la misma profundida del mercurio en los puntos $1'$ y $2'$ debe ser la misma por lo que $P_1' = P_2'$ y combinando estas 3 expresiones es:

$$\Delta h = 0\,m.$$

c) Por continuidad es $V_0 S = V_3 S_2$ y como $S_2 \ll S$ entonces $v_0 \ll v_3$. Con esto en mente, planteando Bernoulli entre los puntos 0 y 3 es:

$$P_0 + \rho g(h + L) = P_3 + \frac{\rho v_3^2}{2}.$$

Como el punto 3 está en la salída abierta es $P_3 = P_0$ y por tanto será:

$$v_3 = \sqrt{2g(h + L)} \sim 20,3\,\frac{m}{s}.$$

d) Por continuidad entre los puntos 1, 2 y 3 es $v_1 S_1 = v_2 S_2 = v_3 S_2 \implies 2v_1 = v_3,\ v_2 = v_3$. Planteando Bernoulli entre los puntos 1 y 2 es:

$$P_1 + \rho g\frac{h}{2} + \frac{\rho v_3^2}{8} = P_2 + \frac{\rho v_3^2}{2}.$$

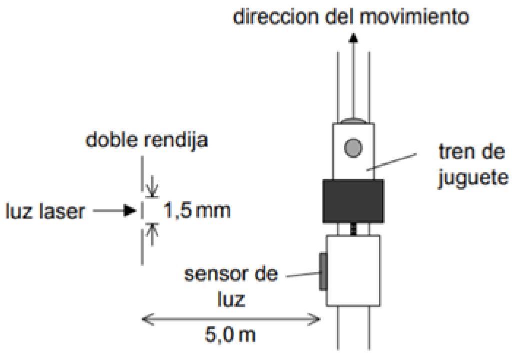
Combinando con (1) y (2), que siguen siendo válidas, e imponiendo $P_1' = P_2'$ es:

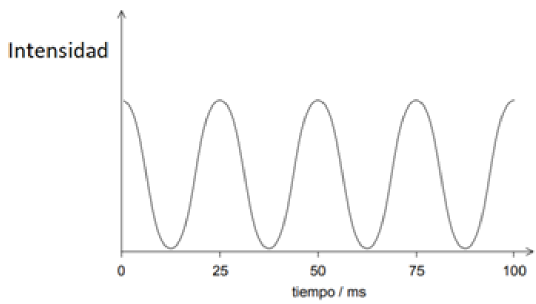
$$\Delta h = -\frac{3\rho v_3^2}{8g(\rho_{Hg} - \rho)} \sim -1,26\,m$$

Ejercicio 3 (10 puntos)

Se hace pasar la luz de un láser, considerado como una onda plana de longitud de onda $\lambda = 6,3 \times 10^{-7}\, m$, por una doble rendija. La separación de las rendijas es de $d = 1,5\, mm$ y están a una distancia $L = 5,0\, m$ de las vías de un tren de juguete. Se coloca un sensor de luz en el tren con el objetivo de medir su velocidad y se grafica la intensidad luminosa que mide el sensor en función del tiempo.

Nota: *A todos los efectos, la luz se comporta de forma ondulatoria como las ondas mecánicas discutidas en el curso.*





a) Calcular la distancia entre los máximos.

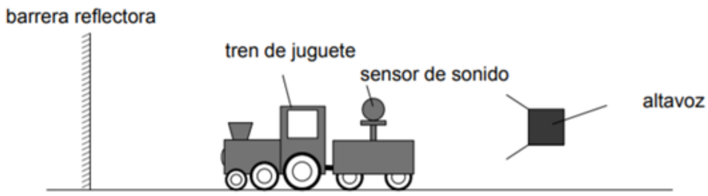
b) Calcular la velocidad del tren.

En otro experimento, se coloca un altavoz frente a una barrera reflectora a una distancia $D = 7\, m$. El tren viaja muy lentamente (es decir, no se percibe efecto Doppler) y en línea recta desde el altavoz hacia la barrera y el sensor de sonido, ubicado en el tren, registra 6 puntos de intensidad mínima en el trayecto sin contar extremos.

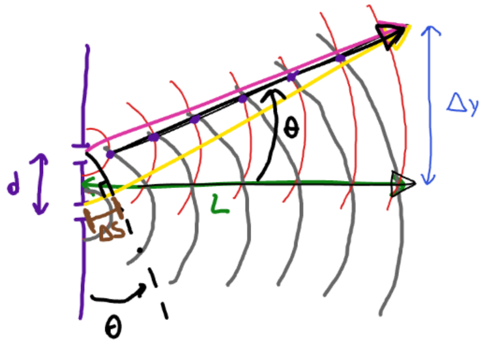
c) Bosqueje la intensidad del sonido entre la barrera reflectora y el altavoz y calcule la frecuencia del sonido.

Se quita la barrera y el tren se aleja del altavoz a una velocidad mayor v_{tren}. En este último experimento la frecuencia que detecta el sensor se ve modificada a raiz del efecto Doppler y es $156\, Hz$.

d) Calcule la velocidad del tren.



SOLUCIÓN EJ 3:



a) Al travesar las ondas las rendijas, cada una de las aperturas actuará como fuente de ondas que interferiran con las ondas de la otra apertura. En el punto central la interferencia será constructiva y en el siguiente punto en que será constructiva será en el que está a una altura Δy como en la figura. Esto corresponde a cuando Δs, la diferencia entre los vectores amarillo y rosado en la figura (diferencia de caminos), es la longitud de onda λ (el siguiente máximo corresponderá a 2λ y así sucesivamente). Entonces es:

$$\delta S = d\, sen(\theta).$$

Para ángulos pequeños como es el caso del problema,

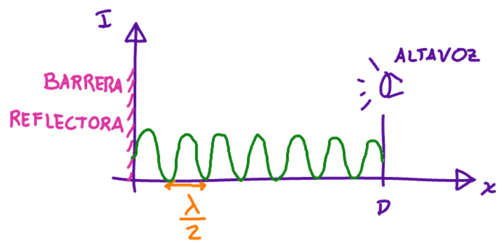
$$sen(\theta) \sim tan(\theta) \sim \frac{\Delta y}{L}$$

y por lo tanto será:

$$\Delta y = \frac{\lambda L}{d} \sim 2,1\, mm$$

b) Dado que el tren encuentra las interferencias destructivas cada un tiempo $\tau = 0{,}025\, s$, entonces la velocidad del tren será

$$v = \frac{\Delta y}{\tau} \sim 8,4 \times 10^{-2}\, \frac{m}{s}.$$



c) Entre el altavoz y la barrera reflectora hay 6 mínimos de intensidad y la intensidad del sónido será como se muestra en la figura. Dado que la separación entre mínimos en la intensidad corresponde a media longitud de onda, será:

$$D = 6{,}5\frac{\lambda}{2} \implies \lambda \sim 2,15\, m.$$

Por tanto la frecuencia de la onda será:

$$f = \frac{v_{sonido}}{\lambda} \sim 159,5\, Hz.$$

d) Dado que el tren se aleja de la fuente, percibirá una frecuencia f' dada por la expresión:

$$f' = \frac{v_{sonido} - v_{tren}}{v_{sonido}} f.$$

Por lo tanto, la velocidad del tren será:

$$v_{tren} = \frac{f - f'}{f} v_{sonido} \sim 7,5\, \frac{m}{s}.$$

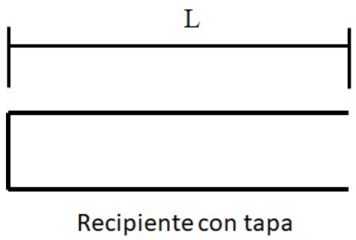
Ejercicio 4 (10 puntos)

Un recipiente con tapa de largo $L = 50\,cm$ se hace resonar en su cuarto armónico, con un dispositivo no especificado. Este sistema está posado sobre una mesa con ruedas que se mueve con velocidad v desconocida a la izquierda de un medidor de frecuencia acústica, como se ve en la figura. El medidor muestra que la frecuencia del sonido generado por el recipiente es de $f = 1183\,Hz$.

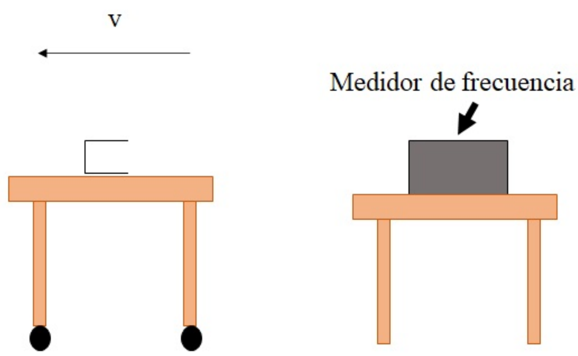
a) Bosqueje las ondas de sobrepresión dentro del recipiente.

b) Calcule la frecuencia de las ondas de sonido que se mediría si el recipiente estuviera en reposo.

c) Determine la velocidad con la que se desplaza la mesa.



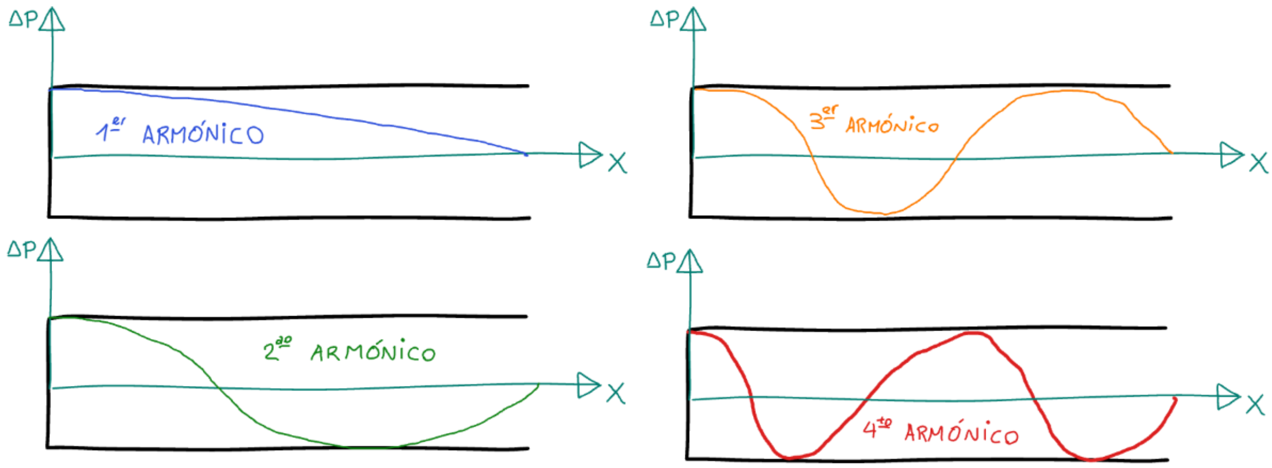
C.A)



C.B)

SOLUCIÓN EJ 4:

a) La sobrepresión debe ser un antinodo en el extremo cerrado y un nodo en el extremo abierto (que está a la presión atmosférica). Además, debe tener 4 nodos incluyendo el extremo abirto para ser el cuarto armónico.



b) La frecuencia de las ondas de sonido si está en reposo es la misma frecuencia de la onda dentro del tubo. Dentro del tubo la sobrepresión se comporta como:

$$\Delta P = A\,cos(kx)sen(\omega t + \phi),$$

siendo ϕ una fase y ω la frecuencia angular dada por $\omega = v_{sonido}k$ (con v_{sonido} la velocidad del sonido en el aire). Como está en el cuarto armónico es (ver dibujo):

$$kL = \left(3 + \frac{1}{2}\right)\pi = \frac{7\pi}{2},$$

con L el largo del tubo. Por lo tanto la frecuencia f es:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v_{sonido}k}{2\pi} = \frac{7v_{sonido}}{4L} \sim 1200,5\,Hz.$$

c) Dado que la fuente de ondas se está desplazando alejándose del medidor de frecuencias con velocidad v, la frecuencia medida será:

$$f' = \frac{v_{sonido}}{v + v_{sonido}}f.$$

Esto implica que la velocidad de la mesa será:

$$v = \frac{f - f'}{f'}v_{sonido} \sim 5,1\,\frac{m}{s}$$