Soluciones 2ndo parcial de Física 2 - 2ndo semestre 2016

Instituto de Física - Facultad de Ingeniería, UdelaR

Problema 1

a)

Newton al pistón:
$P_B(P_A) = P_A + m_p g/A_p$

<u>Estados iniciales</u>

- Gas **A**:
$V_{A,i} = V_T/2 = 1\ \text{m}^3$.
$P_{A,i} = 130$ kPa
$T_{A,i} = 300$ K
Por lo tanto, $n_A = \frac{P_{A,i}V_{A,i}}{T_{A,i}R} = 52.1$ mol.

- Gas **B**:
$P_{B,i} = P_{A,i} + m_p g/A_p = 134.9$ kPa.
$V_{B,i} = V_T/2 = 1\ \text{m}^3$.
$T_{B,i} = 300$ K
Por lo tanto, $n_B = \frac{P_{B,i}V_{B,i}}{T_{B,i}R} = 54.1$ mol.

<u>Estados finales</u>

- Gas **A**:
$V_{A,f} = V_T/4 = 0.5\ \text{m}^3$.
El gas **A** se encuentra sujeto a un proceso adiabático: $PV^\gamma =$ cte.
Gas ideal monoatómico: $\gamma_A = 5/3$.
$P_{A,f} = P_{A,i}\left(\frac{V_{A,i}}{V_{A,f}}\right)^{\gamma_A} = 412.7$ kPa
$T_{A,f} = \frac{P_{A,f}V_{A,f}}{n_A R} = 476.6$ K

- Gas **B**:
$P_{B,f} = P_{A,f} + m_p g/A_p = 417.6$ kPa.
$V_{B,f} = 3V_T/4 = 1.5\ \text{m}^3$.
$T_{B,f} = 1395$ K

b)

Gases ideales:
$\Delta U_A = n_A c_{V,A}(TA, fT_{A,i}) = \boxed{114.6 \text{ kJ}}$.
$\Delta U_B = n_B c_{V,B}(TB, fT_{B,i}) = \boxed{1229.2 \text{ kJ}}$.

c)

<u>Gas **A**</u>

Proceso adiabático, por lo que el trabajo sobre el gas es:
$W_A = \frac{1}{\gamma_A - 1}\left(P_{A,f}V_{A,f} - P_{A,i}V_{A,i}\right) = \Delta U_A = \boxed{114.6 \text{ kJ}}$.

<u>Gas **B**</u>

$$W_B = -\int_{V_{B,i}}^{V_{B,f}} P_B(V_B)dV_B = \int_{V_{A,i}}^{V_{A,f}} P_B(V_A)dV_A =$$
$$= \int_{V_{A,i}}^{V_{A,f}} P_{A,i}\left(\frac{V_{A,i}}{V_A}\right)^{\gamma_A} dV_A + \int_{V_{A,i}}^{V_{A,f}} \frac{m_p g}{A_p} dV_A = -W_A + \frac{m_p g}{A_p}\left(V_{A,f} - V_{A,i}\right)$$

$\boxed{W_B = -117.0 \text{ kJ}}$.

La diferencia entre los dos trabajos corresponde a la energía potencial del pistón

$\boxed{|\Delta U_p| = \dfrac{m_p g}{A_p}\left(V_{A,f} - V_{A,i}\right)}$.

d)

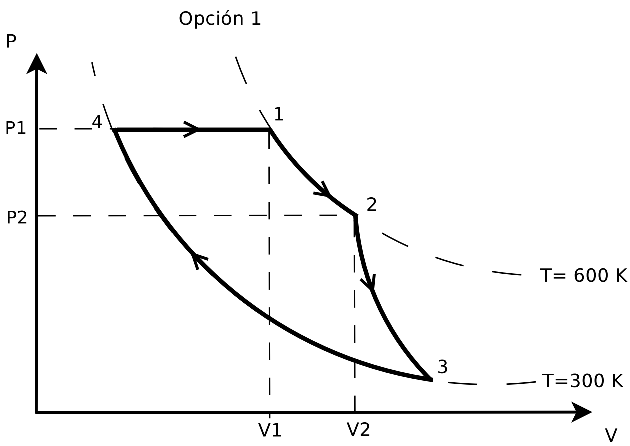
Tomando como sistema {gas **A**+ gas**B**} y aplicando la primera ley al sistema:
$\Delta U = \Delta U_A + \Delta U_B = Q + W_A + W_B$
De donde, $Q = \Delta U_A + \Delta U_B - W_A - W_B = \boxed{1341.3 \text{ kJ} = Q}$.

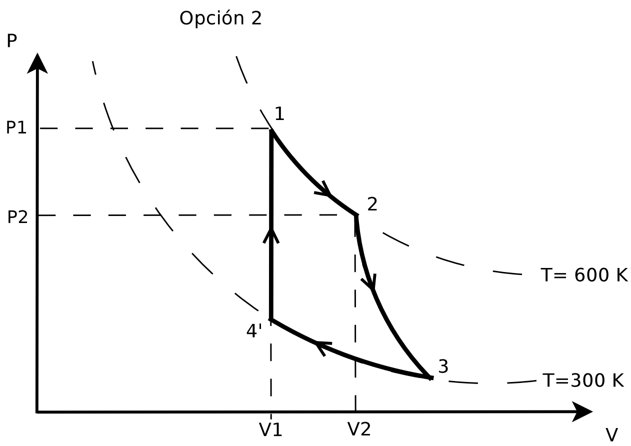
e)

Cambio de entropía del universo: $\Delta S_u = \Delta S_{\text{sis}} + \Delta S_{\text{amb}} = \Delta S_A + \Delta S_B + \Delta S_{\text{amb}}$
$\Delta S_A = 0$ (adiabático)
$\Delta S_B = n_B c_{V,B} \ln\left(\frac{T_{B,f}}{T_{B,i}}\right) + n_B R \ln\left(\frac{V_{B,f}}{V_{B,i}}\right) = 1907.3$ J/K.
La temperatura mínima necesaria para que ocurra el proceso corresponde a la temperatura final del gas **B**, por lo tanto:
$\Delta S_{\text{amb}} = -\frac{Q}{T_{B,f}} = -961.5$ J/K.
Entonces, $\boxed{\Delta S_u = 945.8 \text{ J/K}} > 0$

Problema 2

a)





• El proceso $1 \to 2$ es isotermo, por lo tanto:
$P_1 V_1 = P_2 V_2$ y $\boxed{P_2 = \dfrac{1}{3} P_1}$
• El proceso $2 \to 3$ es adiabático, por lo tanto:
$TV^{\gamma-1} = $ cte, donde $\gamma = 5/3$.
Entonces, $V_3 = \left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} V_2 = 2^{3/2}(3V_1) = \boxed{8.5V_1 = V_3}$
$P_3 = \frac{nRT_3}{V_3} = \frac{1}{2} P_1 \frac{V_1}{8.5V_1} = \boxed{0.06P_1 = P_3}$.
<u>Opción 1</u>
• El proceso $4 \to 1$ es a presión constante:
$\boxed{P_4 = P_1}$
• El proceso $3 \to 4'$ es isotermo:

$P_3V_3 = P_4V_4$. De donde, $V_4 = P_3V_3/P_1 = \boxed{0.5V_1 = V_4}$

<u>Opción 2</u>

• El proceso $4' \to 1$ es a volumen constante:

$\boxed{V_{4'} = V_1}$

• El proceso $3 \to 4'$ es isotermo:

$P_3V_3 = P_{4'}V_{4'}$. De donde, $P_{4'} = P_3V_3/V_1 = \boxed{0.5P_1 = P_{4'}}$

b)

<u>Opción 1</u>

El calor entrante para el ciclo 1 es:

$Q_{\text{in},1} = Q_{12} + Q_{41} = nRT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + nc_P(T_1 - T_4) = 1409.2nR$ K

El calor saliente para el ciclo 1 es:

$Q_{\text{out},1} = Q_{34} = nRT_3 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) = -850nR$ K

Primera ley al ciclo: $|W_1| = |Q_{\text{in},1}| - |Q_{\text{out},1}| = 559.2nR$ K

La eficiencia para el ciclo es: $|W_1|/|Q_{\text{in},1}| = \boxed{0.40 = \eta_1}$.

<u>Opción 2</u>

El calor entrante para el ciclo 2 es:

$Q_{\text{in},2} = Q_{12} + Q_{4'1} = nRT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + nc_V(T_1 - T_{4'}) = 1109.2nR$ K

El calor saliente para el ciclo 2 es:

$Q_{\text{out},2} = Q_{34'} = nRT_3 \ln\left(\frac{V_4'}{V_3}\right) = -642nR$ K

Primera ley al ciclo: $|W_2| = |Q_{\text{in},2}| - |Q_{\text{out},2}| = 467.2nR$ K

La eficiencia para el ciclo es: $|W_2|/|Q_{\text{in},2}| = \boxed{0.42 = \eta_2}$.

Eficiencia máxima: $\eta_{\text{rev}} = 1 - \frac{T_3}{T_2} = \boxed{0.5 = \eta_{\text{max}}}$

c)

<u>Opción 1</u>

$\Delta S_{u,1} = \Delta S_{\text{ciclo}} + \Delta S_{R.T_H} + \Delta S_{R.T_L} = -\frac{|Q_{\text{in},1}|}{T_1} + \frac{|Q_{\text{out},1}|}{T_3}$

$\boxed{\Delta S_{u,1} = 4.0 \text{ J/K}}$.

<u>Opción 2</u>

$\Delta S_{u,2} = \Delta S_{\text{ciclo}} + \Delta S_{R.T_H} + \Delta S_{R.T_L} = -\frac{|Q_{\text{in},2}|}{T_1} + \frac{|Q_{\text{out},2}|}{T_3}$

$\boxed{\Delta S_{u,2} = 2.4 \text{ J/K}}$.

Problema 3

a)

• Gas ideal: $\Delta U_g = nc_V(T_f - T_g)$

Como no se realiza trabajo sobre el gas: $\Delta U_g = Q_g$.

• No se realiza trabajo sobre la masa: $\Delta U_m = Q_m = cm(T_f - T_m)$.

• El recipiente se encuentra aislado, por lo tanto $Q_{\text{TOT}} = Q_g + Q_m = 0$.

De donde, $\boxed{T_f = 448.7 \text{ K}}$.

b)

$\Delta S_m = \int \frac{\delta Q_{\text{int. rev.}}}{T} = cm \int\limits_{T_m}^{T_f} \frac{dT}{T} = cm\ln\left(\frac{T_f}{T_m}\right)$

$\boxed{\Delta S_m = 5.2 \text{ J/K}}$

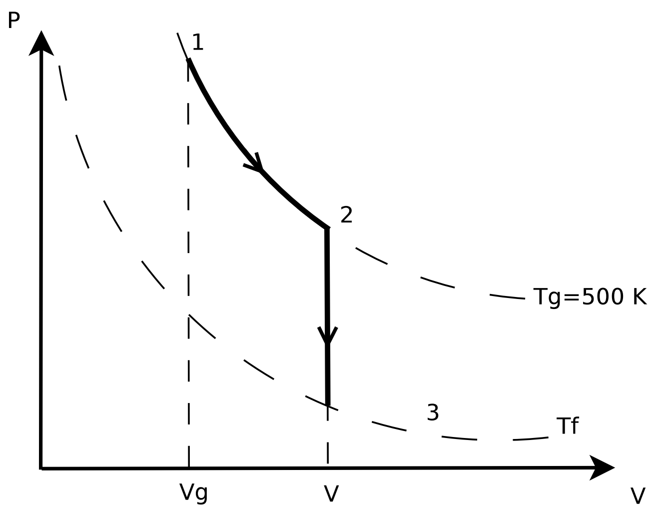
c)

$\Delta S_g = nc_V \ln\left(\frac{T_f}{T_g}\right) + nR\ln\left(\frac{V+V_g}{V_g}\right)$

$\boxed{\Delta S_g = 23.3 \text{ J/ mol K}}$

Para realizar el cálculo es posible tomar un proceso isotermo a T_g y un proceso isócoro a V, como se muestra en la figura, de donde se deduce la expresión anterior para el cambio de entropía:

$\Delta S_g = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T_g} + \int_2^3 \frac{\delta Q}{T} = nR \int_1^2 \frac{dV}{V} + nc_V \int_2^3 \frac{dT}{T}$



d)

El cambio de entropía del universo es: $\Delta S_m + \Delta S_g = \boxed{28.5 \text{ J/K} = \Delta S_u}$